

Erarbeitung von Konstruktions- und Bemessungsregeln
für
Faltwerke aus Stahlbeton

Abschlußbericht
zum Forschungsvorhaben

B I B L I O T H E K
Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz
der Technischen Universität Braunschweig
Beethovenstraße 52
D-3300 Braunschweig

Bericht erstattet von
Prof. Dr.-Ing.E.h. Dr.-Ing. K. Kordina
Dipl.-Ing. H.-H. Osteroth

Braunschweig im August 1988

Das Forschungsvorhaben wurde vom Niedersächsischen Minister für Wissenschaft
und Kunst aus Mitteln des Zahlenlotos gefördert. (Az.: 2091 - BV4E - 23/85)

Inhaltsverzeichnis

Seite

Bezeichnungen.....	3
1 Einleitung und Problemstellung.....	7
2 Idealisierung von Stahlbetonbauteilen mit Tragmodellen....	11
3 Ableitung wirklichkeitsnaher Dehnsteifigkeiten zur Erfassung der Scheibentragwirkung.....	17
3.1 Anforderungen an die Ermittlung der Dehnsteifigkeit.....	17
3.2 Randbedingungen bei Treppenläufen.....	21
3.2.1 Geometrische Randbedingungen.....	21
3.2.2 Bewehrungsgrad.....	22
3.2.3 Verteilung der Plattenbiegemomente.....	23
3.3 Ansatz für Elastizitätsmodul und Dehnsteifigkeit der ungerissenen Bauteilabschnitte.....	26
3.4 Dehnsteifigkeit der gerissenen Bauteilabschnitte....	28
3.4.1 Annahmen zur Verteilung der Zugfestigkeit.....	28
3.4.2 Spannungszustand zwischen den Rissen.....	30
3.4.2.1 Ermittlung der Scheibenspannungen.....	30
3.4.2.2 Kritik am Verfahren zur Spannungs- ermittlung.....	36
3.4.3 Bestimmung des mittleren Rißabstandes.....	37
3.4.3.1 Übersicht.....	37
3.4.3.2 Rißabstand ohne Bereiche ungestörten Verbundes.....	38
3.4.3.3 Rißabstand mit Zwischenbereichen ungestörten Verbundes.....	41
3.4.3.4 Rißabstand für unterschiedliche Bewehrungsgrade.....	45
3.4.4 Bestimmung der mittleren Dehnungen und der Dehnsteifigkeit im gerissenen Bereich.....	47
3.5 Dehnsteifigkeit der Treppenläufe.....	49
3.5.1 Berechnung der Dehnsteifigkeit.....	49
3.5.2 Darstellung der Dehnsteifigkeit.....	50
4 Einfluß verschiedener Parameter.....	55
4.1 Übersicht.....	55
4.2 Einfluß der Normalkraft, M-N Kombinationen.....	58
4.3 Einfluß des Stabdurchmessers der Zugbewehrung.....	59
4.4 Einfluß der Bewehrungslage.....	62
4.5 Einfluß einer Druckbewehrung, die bei der Bemessung nicht berücksichtigt wurde.....	63
4.6 Zeitabhängige Einflüsse aus Kriechen und Schwinden..	64
4.6.1 Ansatz zur rechnerischen Erfassung.....	64

B E Z E I C H N U N G E N

Abmessungen und Querschnittswerte

a	Rißabstand
b	Breite
c_b	Betondeckung
c_1	Länge eines Abschnittes mit ungestörtem Verbund
d	Plattendicke
h	statische Nutzhöhe
d_1, d_2	d - h Abstand der Bewehrung vom Querschnittsrand
d_s	Durchmesser der Bewehrung
l	Länge
x	Höhe der Druckzone
x_1	Einleitungslänge
A	Fläche
I	Trägheitsmoment
W	Widerstandsmoment
U_s	Stabumfang der Bewehrung

Festigkeits- und Verformungskenngrößen

β_w	Würfeldruckfestigkeit des Betons
β_p	Prismendruckfestigkeit
β_z	zentrische Zugfestigkeit des Betons
β_{BZ}	Biegezugfestigkeit des Betons
β_5	5% - Fraktilwert der Biegezugfestigkeit
β_{95}	95% - Fraktilwert der Biegezugfestigkeit
E	Elastizitätsmodul
E_0	Elastizitätsmodul im Ursprung der $\sigma - \epsilon$ Linie

Lasten und Schnittgrößen

D	Druckkraft
H	Horizontalkraft
M	Biegemoment
N	Normalkraft
T	Verbundkraft
Z	Zugkraft
m	Biegemoment je m
q	Querkraft je m

Steifigkeiten

K_B	Biegesteifigkeit
K_D	Dehnsteifigkeit
C	Federsteifigkeit
C_0	$A_b \cdot E_0$, Federsteifigkeit des reinen Betonquerschnittes

Spannungen, Dehnungen und Verschiebungen

σ	Normalspannung
$\sigma_{sR}^{(1)}$	Erstribstahlspannung
τ_v	Verbundspannung
τ_{v0}	Anfangswert der Verbundspannung
ϵ	Dehnung
v	Verschiebung zwischen Stahl und Beton
	Variationskoeffizient
κ	Krümmung
w	Durchbiegung
	Rißbreite

Beiwerte und bezogene Größen

α	
δ	
$\mu = A_s/b \cdot d$	Bewehrungsgrad
	Querdehnzahl des Betons
c	Beiwert für die Bestimmung der Zugfestigkeit
f_E	Beiwert zur Umrechnung des E-Moduls in ein flächen- gleiches Rechteck
$\left. \begin{array}{l} c_u^{(D)} \\ c_u^{(T)} \\ c_u^{(Sd)} \\ r_m^{(D)} \\ r_m^{(T)} \end{array} \right\}$	Beiwerte zur Ermittlung der Spannungen in der Betonscheibe zwischen den Rissen
$n =$	E_s/E_b
	Exponent für parabelförmige Spannungs- Dehnungslinie des Betons
Einflußbeiwerte zur Berechnung der Dehnsteifigkeit	
f_N	Normalkraft
f_{ds}	Stabdurchmesser
$f_{d1/d}$	Bewehrungslage

f_{Db}	Druckbewehrung
f_K	Kriechen
f_{sh}	Schwinden

mehrfach auftretende Indizes

b	Beton
i	ideell
m	mittlere(r)
R	Riß
s	Stahl
	Schwinden
S	Streckgrenze, 0,2 ‰ Dehngrenze
x	x-Richtung
y	y-Richtung
z	z-Richtung
(1)	Zustand 1
(2)	Zustand 2

Hier nicht aufgeführte Bezeichnungen werden im Text erläutert.

1 Einleitung und Problemstellung

Die Faltwerkwirkung, bei der Flächentragwerke, die aus mehreren ebenen Bauteilen zusammengesetzt sind, senkrecht zur Mittelebene als Platte und gleichzeitig parallel zur Mittelebene als Scheibe beansprucht werden, wurde erstmals von Ehlers /11/ im Jahre 1930 beim Bau einer mehrzelligen Siloanlage ausgenutzt. Unmittelbar danach erschienen wiederum von Ehlers /12/ und von Craemer /6/ erste Veröffentlichungen zur analytischen Berechnung von Faltwerken. Bereits im Jahre 1938 lagen so viele Arbeiten zur Berechnung und Konstruktion von Faltwerken vor, daß Craemer in /7/ eine zusammenfassende Erläuterung und Bewertung der verschiedenen Ansätze geben konnte. In letzter Zeit wurden zur Faltwerksberechnung vor allem rechnergestützte, numerische Verfahren entwickelt. Dabei interessierte für Faltwerke aus Stahlbeton auch die wirklichkeitsnahe Erfassung des nichtlinearen Materialverhaltens.

Eine umfassende Übersicht zu Faltwerken gibt Born in /4,5/. Im Hinblick auf die Berechnung können folgende vorwiegend vom Formänderungsverhalten entlang der Kanten charakterisierte Faltwerkstypen unterschieden werden:

a) Balken

Die Betrachtung des Faltwerks als Balken mit geradliniger Spannungsverteilung unterstellt einen formtreuen Querschnitt und kann allenfalls bei langen Faltwerken mit großer Stützweite und abgeschotteten Querschnitten zutreffende Ergebnisse liefern.

b) Faltwerke mit unverschieblichen Kanten

Auch diese Idealisierung ist nur in Sonderfällen erfüllt. Die Plattenbeanspruchung wird dabei in der Regel unter der Annahme einer Durchlaufwirkung auf starrer Stützung senkrecht zu den Kanten bestimmt.

c) Faltwerke mit vernachlässigbaren Kantenverschiebungen

Bei diesen Systemen wird an den Kanten eine starre Stützung für die Tragwirkung senkrecht zu den Kanten unterstellt. Die wichtigste Voraussetzung für eine Vernachlässigung der Verschiebung ist in einem großen Neigungswinkel zwischen unmittelbar benachbarten Scheiben zu sehen. Als Grenzwert

wird hierzu gelegentlich ein Winkel von etwa 40° angegeben. Auch Querschotte und Randscheiben wirken sich günstig aus. Sonderformen wie etwa geschlossene und pyramidische Faltwerke, die ebenfalls geringere Kantenverformungen aufweisen, sind im Hinblick auf die in dieser Arbeit zu beurteilenden Treppensysteme ohne Bedeutung.

d) Faltwerke mit verschieblichen Kanten

Bei diesen Systemen muß eine zutreffende Berechnung den Einfluß der nachgiebigen Kanten auf die senkrecht hierzu wirkenden Plattenbiegemomente und die Scheibenbeanspruchung berücksichtigen.

Berechnungsverfahren nach d) wurden vor allem für prismatische Faltwerke abgeleitet. Diese werden aus rechteckigen, ebenen Tragwerken mit längs ihrer Spannweite unveränderlichen Querschnitten gebildet. Dabei werden i.a. die folgenden Annahmen getroffen:

- Die einzelne Scheibe (Dicke $d < \text{Höhe } h < \text{Stützweite } l$) wird als Balken mit linearer Spannungsverteilung über die Scheibenhöhe h betrachtet.
- Randscheiben und Querscheiben sind in ihrer Ebene starr jedoch torsionsweich.
- Die Belastung ist für alle Scheiben in Längsrichtung affin
- Die Plattenbiegemomente m_x in Längsrichtung, die Querkraft q_x , die Drillmomente m_{xy} und die Schubverzerrung werden vernachlässigt.

Die unter a), b) und c) aufgeführten Voraussetzungen sind bei den in der Baupraxis verbreiteten Faltwerken häufig nicht erfüllt. Als Beispiele seien Treppen, Brückenwiderlager, aussteifende Bauteile im Hochbau und Tribünenanlagen aufgeführt. Bei diesen Konstruktionen ist die Neigung der einzelnen Ebenen zueinander häufig kleiner als 40° . Darüberhinaus fehlen oftmals Querschotte und Randscheiben zur Querschnittsaussteifung. Außerdem ist es - wie z.B. bei Treppen - möglich, daß die Einzelbauteile unterschiedliche Lagerungsbedingungen aufweisen und nicht mehr als schlanke Balken anzusehen sind, sondern gedrungene Scheiben darstellen. Im Gegensatz zu den prismati-

schen Faltwerken ist die Berechnung solcher unregelmäßiger Konstruktionen mit einfachen analytischen Verfahren kaum möglich. Da auch Lösungen mit numerischen Verfahren, wie etwa der Finite - Element - Methode, für häufig wiederkehrende baupraktische Berechnungen zu aufwendig erscheinen, verzichtet man bisher üblicherweise auf die Ausnutzung der Faltwerkwirkung und vernachlässigt die stützende Scheibentragwirkung aus der Beanspruchung parallel zu den Mittelflächen.

Insbesondere die in den Jahren 1984 bis 1986 im Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig durchgeführten umfangreichen Traglastversuche an geraden, gegenläufigen Plattentreppen haben gezeigt, daß das Tragverhalten bei Vernachlässigung der Scheibentragwirkung falsch eingeschätzt wird /22,23/. Als Folge ergeben sich zu große Plattenbiegemomente, die den Baustoffaufwand erhöhen und daneben oftmals auch kompliziertere Bewehrungsführungen erfordern. Dagegen sind bei Ausnutzung der Faltwerkwirkung geringere Bauteildicken sowie deutliche Vereinfachungen und Einsparungen der Bewehrungsführung zu erzielen. Angeregt durch diese Versuchsergebnisse sollen in der vorliegenden Arbeit Ansätze zu einer Berücksichtigung der Faltwerkwirkung in einfachen Tragmodellen abgeleitet werden.

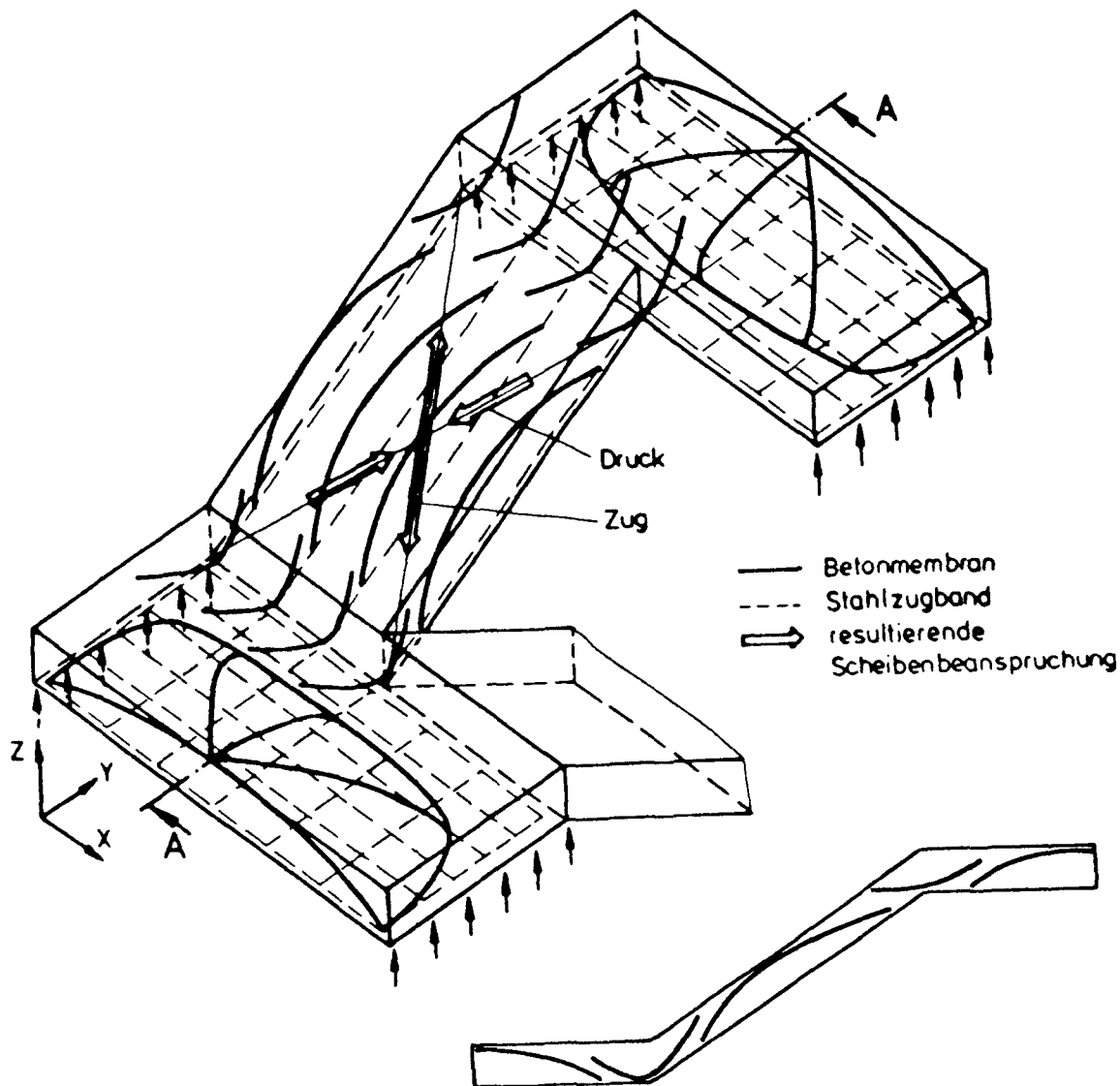
2 Idealisierung von Stahlbetonbauteilen mit Tragmodellen

Die Nachbildung von Stahlbetonbauteilen mit Tragmodellen hat sich seit Entwicklung der Fachwerkanalogie als geeignete Methode zur wirklichkeitsnahen Einschätzung des Tragverhaltens erwiesen /28,46,47/. Auch die infolge Rißbildung gegenüber dem Verhalten von Bauteilen mit vorwiegend elastischem Materialverhalten entstehenden Abweichungen der Stahlbetonbauteile können damit zutreffend erfaßt werden. Aufgrund der guten Übereinstimmungen zwischen Rechenergebnissen und Versuchen, die sich bei Anwendung der Fachwerkanalogie für die Erfassung des Schubtragverhaltens von Balken ergaben, wurde diese Methode von zahlreichen Forschern verfeinert und unterschiedlichen Randbedingungen angepaßt. Daneben wurden auch andere Modelle entwickelt. Als Beispiel seien hierzu das Bogen-Zugband Modell bei Platten aufgeführt.

In jüngster Zeit ist in verschiedenen Arbeiten versucht worden, die Fachwerkmodelle so weit aufzubereiten, daß sie in geschlossenen Berechnungs- und Bemessungskonzepten auf alle Teilbereiche von Stahlbetontragwerken angewendet werden können. Schlaich, Weischede /47/ schlugen dazu eine Unterteilung der Tragwerke in B - Bereiche, in denen die Bernoulli - Hypothese (ebene Dehnungsverteilung) gilt, und in D - Bereiche, die als Diskontinuitätsstellen aufzufassen sind, vor. Insbesondere für die Erfassung der D - Bereiche sind bei einer Nachbildung mit Stabwerkmodellen gegenüber den bisher gebräuchlichen Bemessungsregeln Vorteile zu erwarten, da die Verwendung einheitlicher Grundelemente (Zugstab, Druckstrebe, Knotenpunkt) eine kontinuierliche Einbindung in das Modell des Gesamttragwerkes gewährleistet.

Die im Hinblick auf die Berechnung von wandartigen Trägern, ebenen Spannungszuständen in Krafteinleitungsbereichen, Konsolen sowie Plattenbalkenquerschnitten zur Entwicklung der Stabwerkmodelle gewonnenen Erkenntnisse /28,46,48/ deuten daraufhin, daß solche Modelle auch für die Ausnutzung der durch gemeinsame Platten- und Scheibenbeanspruchung gekennzeichneten Faltwerkwirkung eingesetzt werden können. Dabei ist es durchaus vorstellbar, das gesamte Tragwerk in einem gemeinsamen Mo-

dell darzustellen. Bild 2.1 verdeutlicht dies am Beispiel des Modells für ein Treppensystem.



Verlauf der Druckbögen im Schnitt A-A

Bild 2.1: Gesamtmodell eines Treppensystems

Als Grundlage für Berechnungs- und Bemessungsverfahren sind Modelle des Gesamttragwerks nach Bild 2.1 in der Regel jedoch nicht geeignet, da die Ermittlung der Schnittgrößen und die Anpassung an veränderte Randbedingungen einen verhältnismäßig großen Aufwand erfordert. Eine weitere Vereinfachung ist daher in den meisten Fällen anzustreben. Diese ist insbesondere dann

zu erreichen, wenn nur einzelne Bereiche oder Tragwirkungen durch Stabwerke idealisiert werden und die übrigen Teile des Tragwerkes nach bestehenden Ansätzen berechnet werden können, für die das Modell und die Bemessungsmethode verfügbar sind. Dazu sei angemerkt, daß diese Teile nach der Sprachregelung in /47/ den sogenannten B - Bereichen entsprechen. Nachfolgend seien zunächst die wichtigsten Voraussetzungen genannt, die bei der Ableitung von Tragmodellen aus Stabwerken einzuhalten sind.

Der erste Schritt ist die Zusammenfassung der Druck- und Zugspannungsfelder zu Stäben oder Fächern. Dabei gewährleistet die Orientierung der Stabgeometrie an die Spannungsfelder der linear - elastischen Berechnung, daß sich die unterstellte Tragwirkung ohne große Verformungen und Umlagerungen einstellt. Aus der Festlegung des Verlaufs und der Abmessungen für die Stäbe werden die Bereiche erkennbar, die in einer detaillierteren Betrachtung zu behandeln sind und nicht mit fertig verfügbaren Berechnungsmethoden erfaßt werden.

Wegen der umfassenden Erkenntnisse aus eigenen Forschungsarbeiten zum Tragverhalten von Treppen, sei die Vereinfachung der Tragmodelle nachfolgend am Beispiel dieser komplexen Bauteile erläutert. Für die meisten Systeme ist anzustreben, die Schnittgrößen aus der Plattentragwirkung mit bekannten Annahmen und Ansätzen in einer linear elastischen Berechnung zu bestimmen. In zahlreichen Traglastversuchen konnte gezeigt werden, daß die nach der Elastizitätstheorie für die Podeste und Läufe errechneten Schnittgrößen unter Gebrauchslast ausreichende Traglastreserven gegenüber den Versagenszuständen aufweisen und damit eine zuverlässige Bemessung erlauben. In diesem Zusammenhang sei im Hinblick auf die hier berücksichtigten eigenen Treppenversuche darauf verwiesen, daß trotz der niedrigen Bewehrungsgehalte eine hohe Duktilität beobachtet wurde, die große Formänderungen ermöglichte /22,23/. Auch für die in der Baupraxis vorherrschenden schwach bewehrten Konstruktionen ist somit zu erwarten, daß Überbeanspruchungen frühzeitig erkannt werden und daß die vereinfachte Bewehrung der Versuchskörper auch hinsichtlich der in einem Modell anzuordnenden Knotenpunkte günstige Voraussetzungen bietet. Darüberhinaus wird die Erfahrung bestätigt, nach der eine Bemessung gerisse-

ner Stahlbetonplatten für Schnittgrößen, die mit einer linear elastischen Berechnung ermittelt wurden, auf der sicheren Seite liegt. Hinsichtlich der an die Gebrauchsfähigkeit zu stellenden Anforderungen zur Beschränkung der Rißbildung und der Verformungen bietet dieses Vorgehen ebenfalls günstige Voraussetzungen. Die Kompatibilität zu bestehenden Berechnungsverfahren /8,15/ bleibt damit erhalten.

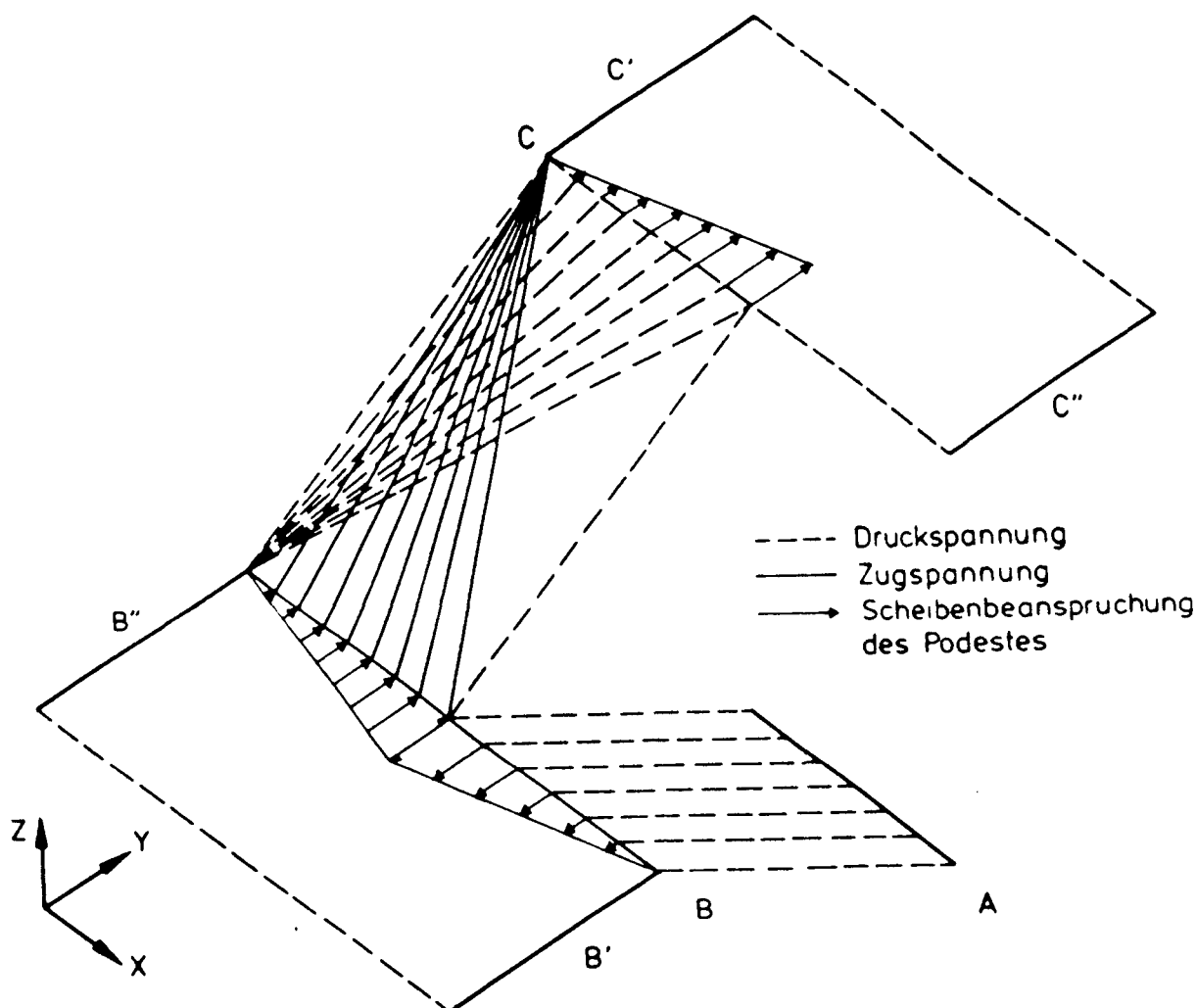


Bild 2.2: Vereinfachtes Tragmodell, bei dem die Stützung der Podeste über Spannungsfächer innerhalb der Läufe idealisiert wird.

Die Modellbildung wird dadurch entscheidend vereinfacht, weil gesonderte Stabelemente nur noch zur Erfassung der Scheibentragswirkung anzuordnen sind. Diese soll hier wiederum am Beispiel der bei Treppen innerhalb der Läufe aufgezeigten Druck- und Zugspannungsfelder erläutert werden. Bild 2.2 veranschaulicht dazu die Zusammenfassung der Spannungsfelder zu Fächern,

die in Einzelfällen noch weiter zu prismatischen Stäben vereinfacht werden können. Ähnliche Spannungsfelder sind auch in anderen für die Ausnutzung der Faltwerkwirkung geeigneten Systemen zu erwarten.

Eine zur Schnittgrößenermittlung wesentliche Vereinfachung ist zu erreichen, wenn die Systeme zu einem ebenen Plattensystem vereinfacht werden und die Stützung aus der Scheibentragwirkung über den Ansatz von Dehnfedern nachgebildet wird. Bild 2.3 veranschaulicht dies beispielhaft. Den Dehnfedern, die in einem ebenen Ersatzsystem zur Nachbildung der Scheibentragwirkung entlang der Knicklinien angeordnet werden, ist demzufolge die Dehnsteifigkeit der Bauteilbereiche zuzuordnen, in denen die stützenden Scheibenspannungsfelder verlaufen. Weil sich die Wirkung von Spreng- und Hängewerken in den Podesten annähernd aufhebt, genügt bei Treppen in der Regel eine Berücksichtigung der Spannungsfelder in den Läufen. Die Ermittlung der Plattenschnittgrößen kann für die Ersatzsysteme nach bekannten Verfahren in einfachen Handrechnungen ggf. mit Hilfe eines Rechners erfolgen. Die an den ebenen Plattensystemen errechneten Auflager- und Dehnfederkräfte, erlauben im Anschluß an die Ermittlung der Plattenbeanspruchung auch eine Abschätzung der Scheibenbeanspruchung des jeweils betrachteten Faltwerks.

Zur Berechnung dieser ebenen Ersatzsystems fehlen allerdings noch Angaben über die Größenordnung der wirksamen Federsteifigkeit. Sie werden in den folgenden Abschnitten zusammengestellt und für die Anwendung in einfachen Handrechnungen aufbereitet. Weil hierbei aus eigenen Forschungen die umfassendsten Erkenntnisse an Treppen vorliegen, werden die Ableitungen zunächst für diese Konstruktionen entwickelt, bevor anschließend Hinweise zu einer erweiterten Anwendung gegeben werden.

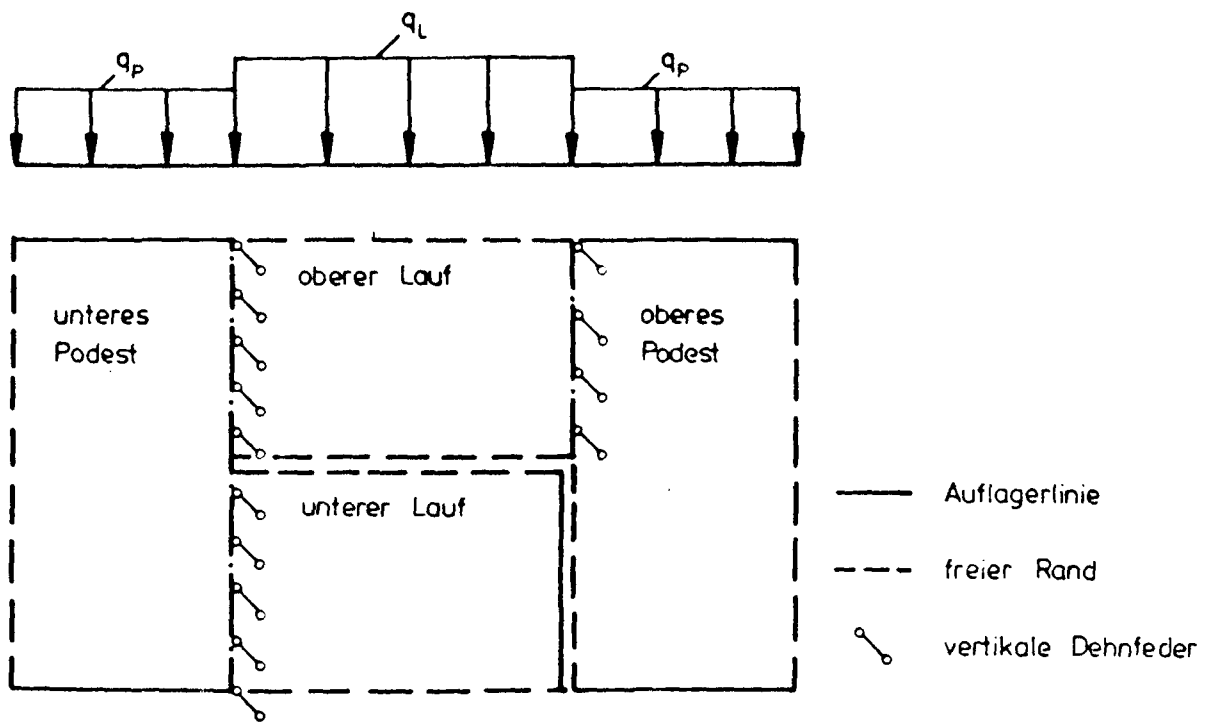


Bild 2.3: Statisches Ersatzsystem der zum ebenen Plattensystem vereinfachten Treppe

3 Ableitung wirklichkeitsnaher Dehnsteifigkeiten zur Erfassung der Scheibentragwirkung

3.1 Anforderungen an die Ermittlung der Dehnsteifigkeit

Die in Abschnitt 2 zur Vereinfachung der Tragmodelle eingeführten Dehnfedern sollen bei den hier als Beispiel betrachteten Treppensystemen entlang der Podestkanten die Stützung durch die Läufe simulieren. Die Steifigkeit dieser Federn beschreibt somit die Dehnsteifigkeit K_D der Bauteilbereiche, in denen die Hauptspannungsfelder mit Stäben oder Fächern gemäß Bild 2.2 nachgebildet werden. Abweichend zu den bisher bekannten Stabwerkmodellen, die vor allem für die Modellierung von Bauteilen mit zweiachsigen, ebenen Spannungszuständen entwickelt wurden und bei denen die Stäbe ausschließlich Längskräfte abzutragen haben, werden die hier zu idealisierenden Bereiche auf Biegung mit Längskraft beansprucht. Die Dehnsteifigkeiten K_D zur Erfassung der stützenden Scheibentragwirkung können daher durch die ausgeprägtere Rißbildung infolge Plattenbeanspruchung deutlich vermindert werden.

$$\begin{aligned} K_D^{(1)} &= E_b \cdot A_i \\ &= E_b \cdot A_b [1 + (n-1) \cdot \mu] \end{aligned} \quad (3.1)$$

Mit Gl. (3.1), die die Dehnsteifigkeit $K_D^{(1)}$ im Zustand 1 beschreibt und als oberer Grenzwert anzusehen ist, lassen sich auch Bereiche mit Druckspannungsfeldern nicht zutreffend erfassen, da sie trotz der Druckspannungen in den Mittelebenen infolge gleichzeitig wirkender Biegebeanspruchungen aufreißen können. Der Ansatz von Gl. (3.1) für die Federsteifigkeit C der Ersatzfedern würde damit eine Überschätzung der stützenden Scheibentragwirkung ergeben und zu einer Fehleinschätzung der Plattenbiegemomente führen. Einer genauen Erfassung der Dehnsteifigkeit kommt deshalb entscheidende Bedeutung bei, um die Nachgiebigkeit entlang der Stützlinien zutreffend zu beschreiben und mit dem Ersatzsystem nach Bild 2.3 wirklichkeitsnahe Schnittgrößen berechnen zu können. Gerade im Hinblick auf die Wirklichkeitsnähe der Berechnung ist die Notwendigkeit zur Berücksichtigung einer nachgiebigen Stützung auch als Ergebnis

aus den Forschungsarbeiten zu Treppen /22,23/ nachgewiesen worden.

Mit Biegung und Längskraft beanspruchte Stahlbetonquerschnitte zeigen noch weit über den Gebrauchslastzustand hinaus eine erhebliche Mitwirkung des Betons auf Zug ("tension stiffening"). Bei den Treppenversuchen war dieser Effekt unter anderem in der langsamen Ausprägung des Rißbildes erkennbar. Die Dehnsteifigkeit biegebeanspruchter Bauteile mit Längskraft wird über den gesamten Beanspruchungsbereich unter den bei Treppen zu erwartenden N/M-Verhältnissen gemeinsam vom Beton und den Stahleinlagen bestimmt. Gegenüber der als unterer Grenzwert anzusetzenden Dehnsteifigkeit nach Gl. (3.2), die den reinen Zustand 2 bei ausschließlich auf Zug beanspruchten Stäben beschreibt, ist daher bei Stahlbetonbauteilen eine von der Mitwirkung des Betons abhängige höhere Steifigkeit festzustellen.

$$K_D^{(2)} = A_S \cdot E_S \quad (3.2)$$

Zur Beschreibung des theoretisch schwer zu erfassenden Bereiches zwischen dem reinen Zustand 1 und dem reinen Zustand 2 wurden in zahlreichen Arbeiten /35,36,37,42/ "verschmierte" Ansätze für die Mitwirkung des Betons auf Zug abgeleitet. Dabei werden meist globale, an Versuchsergebnisse angepaßte Abminderungen der über gerissene und ungerissene Bereiche hinweg gemittelten Stahldehnung $\epsilon_{S,m}$ angegeben. Die mittlere Steifigkeit $K_{D,m}$ folgt damit gemäß Bild 3.1 aus Gl. (3.3).

$$K_{D,m} = \frac{\sigma_{SR} \cdot A_S}{\epsilon_{S,m}} \quad (3.3)$$

Eine ausführliche Übersicht und einen Vergleich der wichtigsten Ansätze zur Mitwirkung des Betons auf Zug gibt Schwenicke in /49/. Danach sind sie für globale Abschätzungen des Verformungsverhaltens vor allem dann gut geeignet, wenn die mittleren Werkstoffeigenschaften der betrachteten Bauteile zutreffend erfaßt werden können.

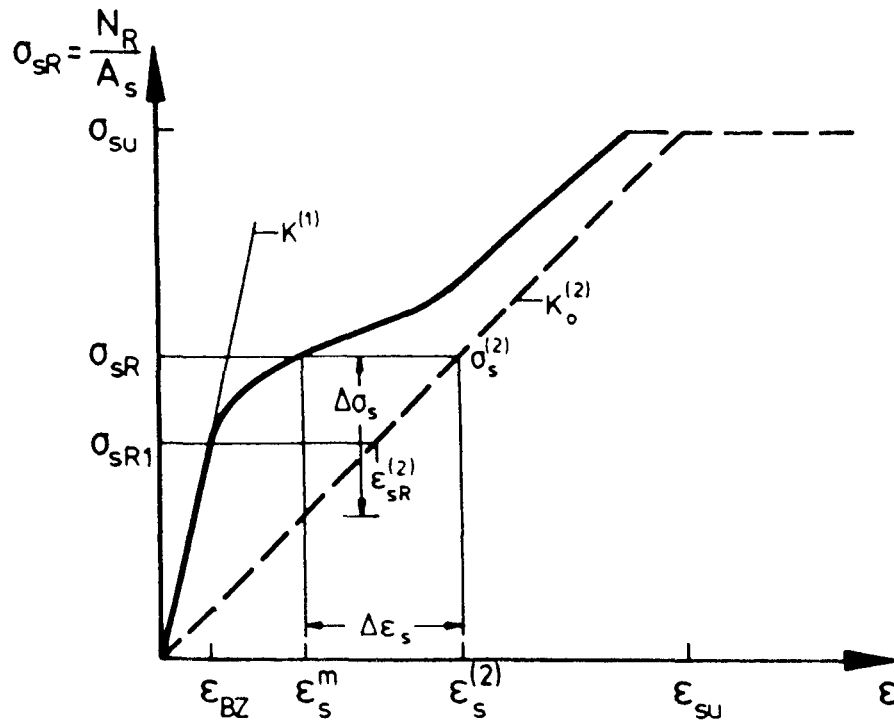


Bild 3.1: Mitwirkung des Betons auf Zug bei gerissenen Stahlbetonbauteilen, qualitative Darstellung

Um in der vorliegenden Arbeit den Einfluß verschiedener Parameter berücksichtigen zu können und eine Anpassung an die für Treppen geltenden Randbedingungen zu erreichen, erscheinen die verschmierten Ansätze jedoch weniger geeignet, weil sie bis auf den Ansatz von Rao /37/, der für reine Biegung gilt, an Zugstäben abgeleitet wurden, die gegenüber den Verhältnissen in Faltwerken z.T. deutlich abweichen. Eine bessere Anpassung ist dagegen mit dem von Koch /19/ entwickelten und von Svensvik /51/ auf die Erfassung zeitabhängiger Einflüsse erweiterten Verfahren möglich. Es faßt den Bereich zwischen zwei Rissen als Scheibe mit elastischem Materialverhalten auf. Aus dem Spannungszustand dieser Scheibe kann mit Annahmen zur statistischen Verteilung der Biegezugfestigkeit β_{BZ} auf den Grad der Rißentwicklung geschlossen werden. Neben der mit diesem Modell gegebenen Möglichkeit, einzelne Parameter gezielt zu variieren und den Einfluß damit sicher abschätzen und beurteilen zu können, ist gerade auch die differenzierte Erfassung der Rißentwicklung, die die Angabe mittlerer Rißabstände a_m erlaubt, ausschlaggebend gewesen für die Anwendung dieses Verfahrens in der vorliegenden Arbeit. Da die Berechnung zutreffender Rißabstände und die Festlegung der mit verschieblichem Verbund gekennzeichneten Einleitungsstrecken die Größenordnung

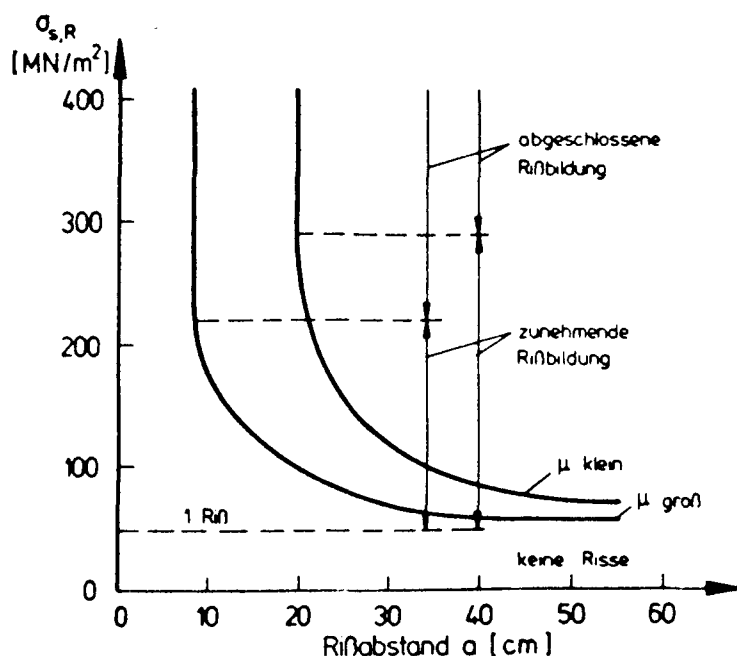


Bild 3.2: Rißentwicklung eines Stahlbetonbauteiles nach /26/

der mittleren Dehnungen bestimmt, ergibt sich daraus entsprechend Gl. (3.3) auch ein unmittelbarer Einfluß auf die Steifigkeit.

Bild 3.2 verdeutlicht die Rißentwicklung eines Stahlbetonbauteiles. Nach dem Entstehen erster Risse verbleiben als Folge der über die Bauteillänge veränderlichen Biegezugfestigkeit β_{BZ} dazwischen noch Bereiche mit vollem unverschieblichen Verbund, die bei steigender Belastung kleiner werden. Diese Phase wird als Bereich fortschreitender Rißbildung bezeichnet. Erst wenn keine Änderung des Rißabstandes a mehr eintritt, ist das Rißbild voll ausgeprägt. Würde man z.B. den 5 ‰ Fraktilwert als konstante Größe für die Biegezugfestigkeit β_{BZ} ansetzen, so würden sich rechnerisch alle Risse sofort mit dem Erreichen des Erstrißmomentes M_R im endgültigen Abstand einstellen. Gerade bei den schwach bewehrten Treppenläufen wird, wie auch die Versuche gezeigt haben, ein abgeschlossenes Rißbild z.T. jedoch erst weit oberhalb des Gebrauchslastniveaus erreicht. Die Berücksichtigung der Rißentwicklung ist für die Angabe wirklichkeitsnaher Dehnsteifigkeiten daher hier von großer Bedeutung. Zur Begrenzung der Variationsmöglichkeiten bei den Dehnsteifigkeitsermittlungen werden nachfolgend zunächst die bei Treppen geltenden Randbedingungen festgelegt.

3.2 Randbedingungen bei Treppenläufen

3.2.1 Geometrische Randbedingungen

Je nach der Nutzung werden für Treppen im Hinblick auf die Sicherheit und Bequemlichkeit beim Begehen in den Bauordnungen der Länder geometrische Randbedingungen festgelegt. Da sich diese nur wenig unterscheiden und auf langjährigen Erfahrungen sowie physiologischen Gegebenheiten des Menschen beruhen (siehe Abschnitt 1.1), sind wesentliche Änderungen nicht zu erwarten. Am Beispiel der Steigungsverhältnisse und Geschoßhöhen der niedersächsischen Bauordnung /31/ kann daher die mögliche Lauflänge abgeschätzt werden, um die Untersuchung auf baupraktische Verhältnisse einzuschränken:

- a) Steigung:
- | | | |
|-----------------|-----------------------|---------------------|
| Stufenhöhe | < 19 cm | |
| Auftrittsbreite | > 26 cm | |
| steile Treppe | $\tan \alpha = 19/26$ | $\alpha = 36^\circ$ |
| flache Treppe | $\tan \alpha = 16/30$ | $\alpha = 28^\circ$ |
- b) Geschoßhöhe: Treppen müssen durch Treppenabsätze unterbrochen sein, soweit $h > 3,50$ m

Mit den Angaben aus a) und b) ergeben sich die in Tabelle 3.1 zusammengestellten Lauflängen. Die Podesthöhen $h_p < 2,00$ m gelten für zweiläufige Treppen mit Zwischenpodesten.

Podesthöhe h_p [m]	Lauflänge l_L [m]		
	28°	32°	36°
3,50	6,58	5,60	4,82
3,00	5,64	4,80	4,13
2,50	4,70	4,00	3,44
2,00	3,76	3,20	2,75
1,50	2,82	2,40	2,06

Tabelle 3.1: Länge l_L der Treppenläufe in der Grundrißprojektion für unterschiedliche Steigungswinkel α

Aus den Längen gemäß Tabelle 3.1 kann über den Nachweis zur Begrenzung der Biegeschlankheit in DIN 1045 auf die Bauteildicke d geschlossen werden.

$l_i/h \leq 35$:	$l_i = 3,50 \text{ m}$	$h = 10 \text{ cm}, d \approx 12 \text{ cm}$
	$l_i = 4,90 \text{ m}$	$h = 14 \text{ cm}, d \approx 16 \text{ cm}$
	$l_i = 6,30 \text{ m}$	$h = 18 \text{ cm}, d \approx 20 \text{ cm}$

Danach sind Laufticken $d > 20 \text{ cm}$ nur in Ausnahmefällen zu erwarten.

3.2.2 Bewehrungsgrad

Die im vorigen Abschnitt genannten geometrischen Randbedingungen erlauben die zuverlässige Abschätzung der in der Baupraxis bei Treppenläufen vorkommenden Bewehrungsgrade. Dies

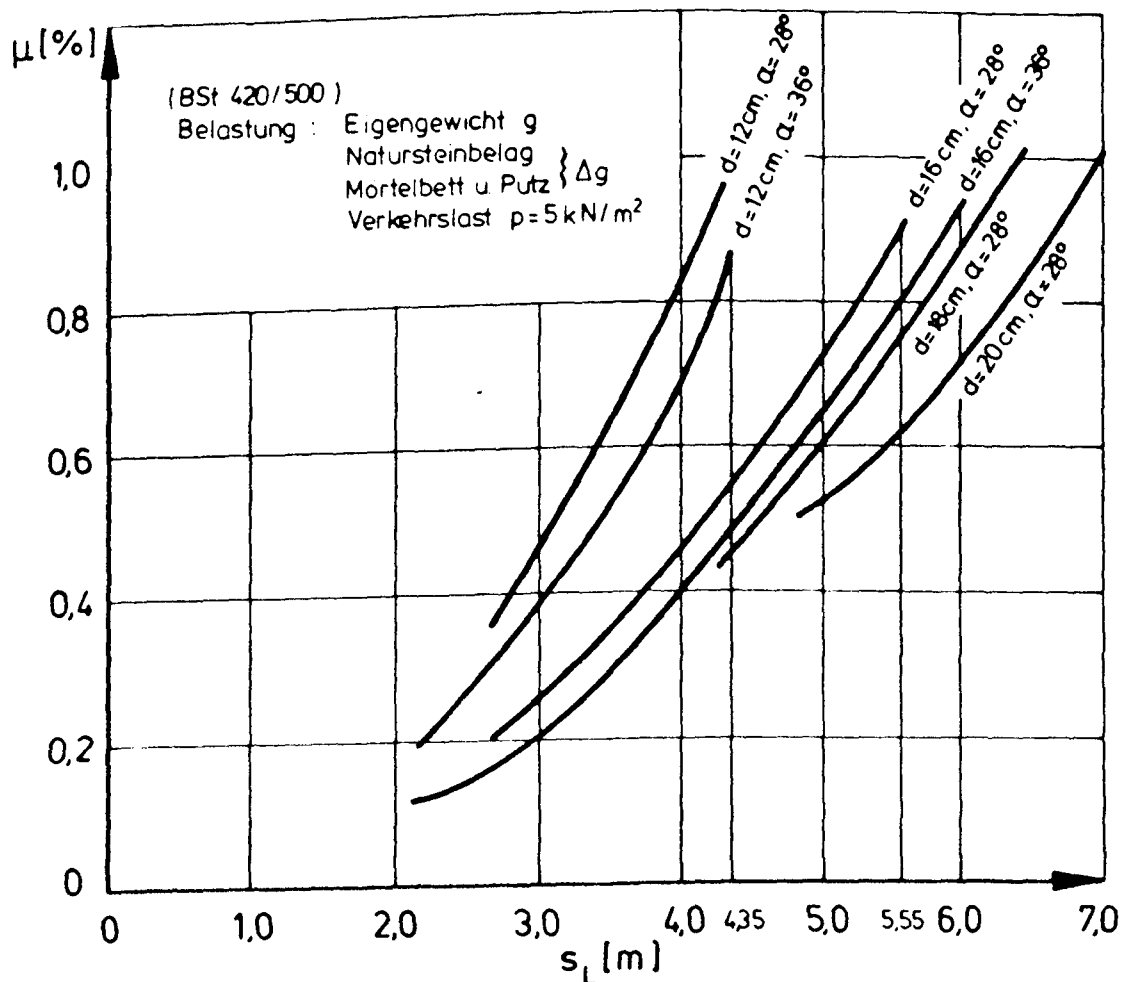


Bild 3.3: Bewehrungsgrad in Abhängigkeit der wahren Lauflänge s_L

ist insofern von Interesse, als die Dehnsteifigkeiten der Läufe in Abhängigkeit des Zugbewehrungsgrades μ angegeben werden sollen. Unabhängig vom Ergebnis der statisch unbestimmten Berechnung am Ersatzsystem nach Bild 2.3 kann der Bewehrungsgrad der Läufe schon vorab vergleichsweise einfach und häufig auch ausreichend genau abgeschätzt werden. Er ist damit als Eingangswert für die Bestimmung der Dehnsteifigkeit gut geeignet.

In Bild 3.3 ist der Bewehrungsgrad für verschiedene Stützweiten und Steigungen aufgetragen. Da vor allem die Abgrenzung nach oben interessierte, wurde als statisches System der gelenkig gelagerte Balken mit einer Verkehrslast von $p = 5,0 \text{ kN/m}^2$ zugrundegelegt. Es zeigt sich, daß für Treppenhänge Bewehrungsgrade größer $\mu = 1,2 \text{ ‰}$ nicht zu erwarten sind. Auch bei anderen Faltwerkkonstruktionen sind vermutlich nur selten höhere Bewehrungsgrade anzutreffen.

3.2.3 Verteilung der Plattenbiegemomente

Die Dehnsteifigkeit auf Biegung beanspruchter Bauteile wird von der Biegemomentenverteilung beeinflußt, weil sie die Länge der gerissenen und ungerissenen Bereiche entlang der Bauteilachse bestimmt. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Momentenverteilungen nach Bild 3.4 als mögliche Grenzfälle für die einachsige gespannten Läufe betrachtet. Die zweiseitig, gelenkige Lagerung ist als ungünstigster Fall anzusehen, der bei Treppen, die die Faltwerkwirkung ausnutzen, kaum zu verwirklichen ist. Als Regelfall kann - ebenso wie bei anderen Konstruktionen - eher die beidseitige Einspannung (Bild 3.4 b) gelten. Die Annahme gleich großer Stütz- und Feldmomente entspricht einerseits den Ergebnissen der Versuche und stimmt andererseits auch mit DIN 1045 überein, wenn die danach zugelassene Momentenumlagerung von 15 ‰ berücksichtigt wird, mit der in den meisten Fällen ein Ausgleich zwischen dem Stütz- und Feldmoment zu erreichen ist /9/.

Neben der Momentenverteilung hat auch die Beanspruchungskombination, also das Verhältnis N/M , Einfluß auf die Dehnsteifigkeit. Da dieses Verhältnis von der Stützweite und Breite des

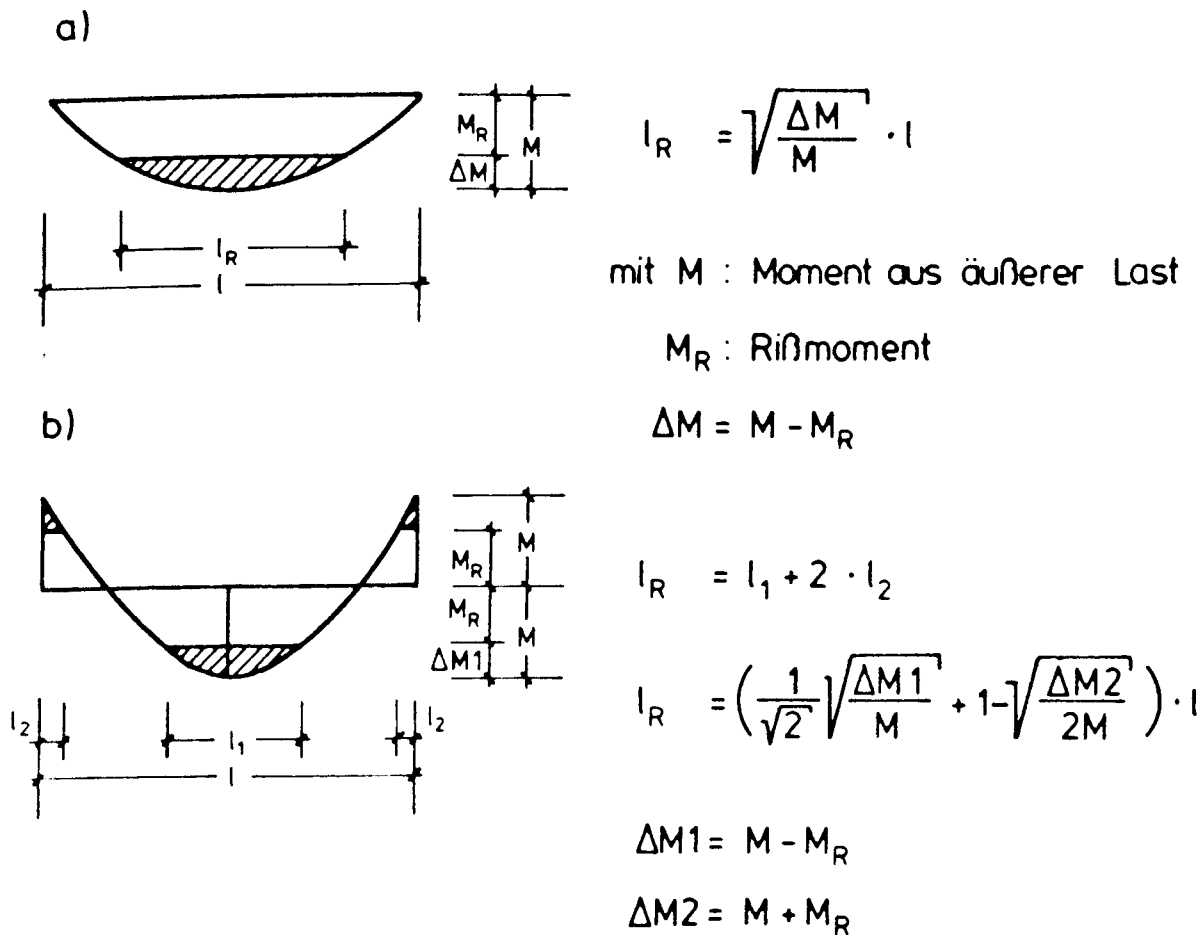


Bild 3.4: Länge der gerissenen Bauteilbereiche für unterschiedliche Momentenverteilungen

Laufes sowie den Podestabmessungen abhängt, sind sehr unterschiedliche Kombinationen möglich, die die Angabe fester Bezugswerte ausschließen. Einfache Vergleichsrechnungen deuten jedoch darauf hin, daß Verhältnisse $N/M \leq 2,0$ für übliche Abmessungen nur in Ausnahmefällen zu erwarten sind. Das Verhalten und die Steifigkeiten des Laufes werden danach vorwiegend durch die Biegebeanspruchung bestimmt.

Mit den Momentenverteilungen in Bild 3.4 ergeben sich für die Dehnsteifigkeit des Laufes abweichend von nur auf Zug beanspruchten Stäben zwei Anteile für den gerissenen bzw. den ungerissenen Abschnitt. Für ein Bauteil mit der Länge l ergibt sich die Gesamtdehnsteifigkeit K_D nach Gl. (3.4) aus dem Anteil $K_D^{(1)}$ für den ungerissenen Bauteilabschnitt und $K_D^{(2)}$ für den Abschnitt im Zustand 2:

$$K_D = [K_D^{(1)} \cdot (1 - \frac{l_R}{l}) + K_D^{(2)} \cdot \frac{l_R}{l}] \cdot \frac{1}{l} \quad (3.4)$$

Das zur Bestimmung der Länge l_R des gerissenen Bereichs erforderliche Rißmoment M_R kann mit den in Tabelle 3.2 zusammengestellten 5^o/_o - Fraktilwerten der Biegezugfestigkeit β_{BZ} unter Verwendung der ideellen Querschnittswerte nach Gl. (3.5) ermittelt werden.

$$M_R = (-\frac{N}{A_i} + \beta_{BZ5}) \cdot W_i \quad (3.5)$$

Die in Gl. (3.5) enthaltene Normalkraft N ergibt sich bei dem Ersatzsystem nach Bild 2.3 aus den Kräften der Dehnfedern entlang der Knicklinien.

Quelle	zentr. Zugfestigkeit β_Z [MN/m ²]					Biegezugfestigkeit β_{BZ} [MN/m ²]				
	B15	B25	B35	B45	B55	B15	B25	B35	B45	B55
[53] 5% 1)	1,57	2,30	2,87	3,40	3,89	2,06	3,02	3,76	4,48	5,10
	--	--	--	--	--	1,91	2,79	3,48	4,13	4,72
[16] 5% 95%	1,02	1,43	1,79	2,11	2,42	2,15	3,02	3,77	4,46	5,10
	1,92	2,70	3,38	3,99	4,56	3,39	4,76	5,96	7,05	8,06
[43] 5% 95%	1,27	1,67	2,09	2,41	2,75	2,54	3,45	4,32	4,99	5,71
	3,19	3,81	4,77	4,99	5,71	5,76	6,87	8,59	8,98	10,3
[15] 5%	--	--	--	--	--	2,00	2,70	3,20	3,80	4,30
[23] 5% 2) -	--	--	--	--	--	2,60	3,00	3,40	3,70	3,90
[43] 5% 3) -	--	--	--	--	--	1,91	2,59	3,24	3,74	4,28
hier gewählt	$\beta_{BZ5} =$					2,00	2,70	3,40	3,70	4,00

- 1) Biegezugfestigkeit Zeile 1 für Bauteilhöhe $d = 10\text{cm}$
Zeile 2 für Bauteilhöhe $d = 18\text{cm}$
- 2) $\beta_{BZ} = \epsilon_{BZ} \cdot E_{b0} \approx 0.0001 \cdot E_b$
- 3) für $d = 20\text{cm}$ mit c nach [43] für 5%-Fraktilwert

Tabelle 3.2: Vergleich der Zugfestigkeiten

3.3 Ansatz des Elastizitätsmoduls und Dehnsteifigkeit der ungerissenen Bauteilabschnitte

Die Gl. (3.1) bis (3.3) belegen den Einfluß des Elastizitätsmoduls auf die Dehnsteifigkeit. Bild 3.5 zeigt dazu die dehnungsabhängige Veränderung des wirksamen Elastizitätsmoduls E_b für Beton mit Parabel - Rechteckförmiger Spannungsverteilung in der Biegedruckzone. Diese Änderung des E-Moduls muß bei der Steifigkeitsermittlung berücksichtigt werden, wenn nicht zu hohe Werte ermittelt werden sollen. In Bild 3.5 ist deshalb auch die in dieser Arbeit in Anlehnung an /34/ zur Vereinfachung der Integration verwendete Näherung angedeutet, bei der die Fläche unter der Kurve des veränderlichen E-Moduls durch ein flächengleiches Rechteck ersetzt wird.

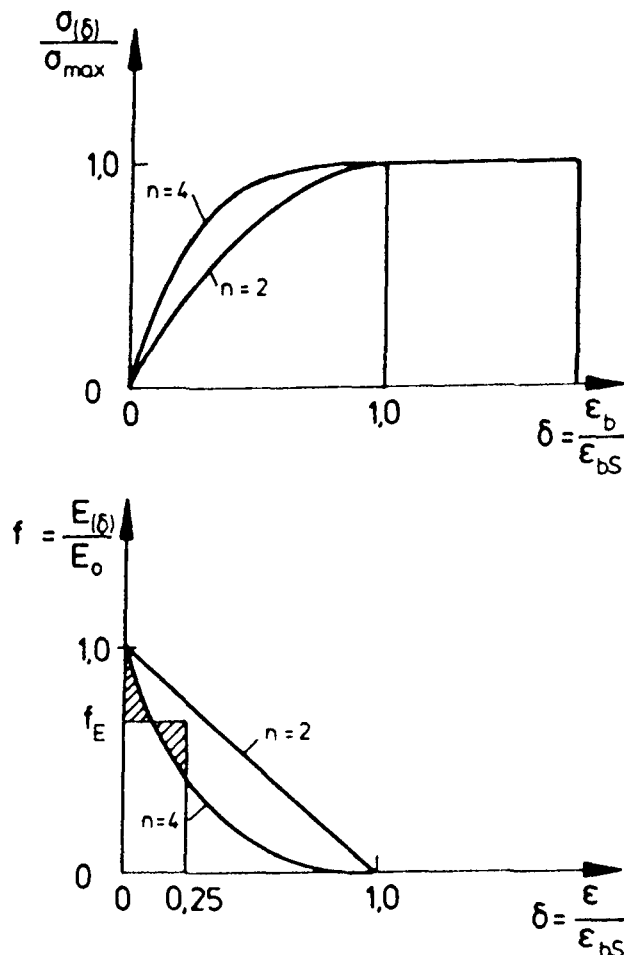


Bild 3.5:
Dehnungsabhängige Bestimmung des wirksamen Elastizitätsmoduls E_b

Für die Bestimmung des Beiwertes f_E müssen bei Ansatz des Parabel-Rechteckdiagramms zwei Bereiche unterschieden werden:

a) $0 < \delta \leq 1$

$$\frac{E(\delta)}{E_0} = (1 - \delta)^{n-1} \quad \text{mit } \delta = \frac{\epsilon_b}{\epsilon_{bS}}$$

$$f_E \cdot \delta = \int_0^\delta \frac{E(\delta)}{E_0} \cdot d\delta$$

$$f_E = \frac{1 - (1 - \delta)^n}{n \cdot \delta} \quad (3.6)$$

b) $1 \leq \delta$

$$f_E = \frac{1}{n \cdot \delta} \quad (3.7)$$

Mit den Gl. (3.6) bzw. (3.7) wird die Veränderung des E-Moduls sowohl für Bauteilabschnitte im Zustand 1 als auch im Zustand 2 erfaßt. Für den Zustand 1 wird die maßgebende Dehnung zur Bestimmung von f_E im Querschnitt des Erstrißmomentes M_R unter der Annahme ermittelt, daß hier gerade ein Riß entstanden ist.

Die Schnittgrößenverteilungen in Stahlbetontragwerken werden üblicherweise für Gebrauchslasten ermittelt, die damit auch bei der Bestimmung der maßgebenden Steifigkeiten zugrunde zu legen sind. Für die Beschreibung der Spannungsverteilung in der Biegedruckzone ist das Parabel - Rechteckdiagramm nach DIN 1045, das zum Nachweis der Bruchsicherheit angegeben wurde allerdings nicht geeignet. Es wird in dieser Arbeit für die Erfassung des Gebrauchslastniveaus vielmehr so angepaßt, daß die Steigung im Ursprung den E-Modul ergibt, der hier gemäß DIN 1045 angesetzt wurde. Nach /34/ erfolgte diese Anpassung durch Wahl einer Parabel höherer Ordnung ($n > 2$). Gegenüber dem zur Bemessung angesetzten Parabel- Rechteckdiagramm mit einem Ursprungsmodul von $1000 \cdot \beta_R$ ergibt die Querschnittsanalyse mit der angepaßten SDL geringere Dehnungen in der Biegedruckzone und wegen eines vergrößerten inneren Hebelarmes auch kleinere Stahldehnungen.

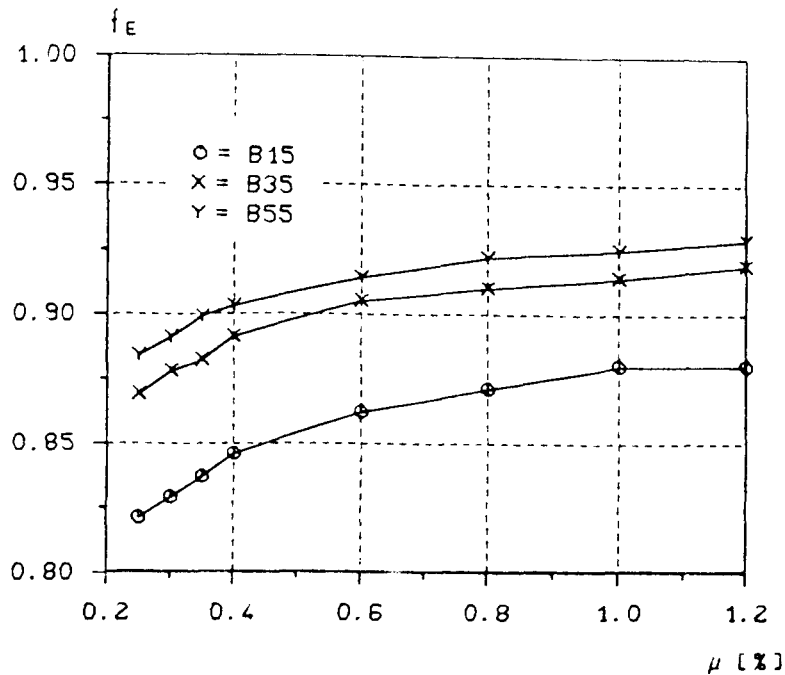


Bild 3.6: Änderung des Beiwertes f_E für die Erstrißmomente

Der so für das Rißmoment M_R nach Bild 3.5 ermittelte E-Modul wird im gesamten ungerissenen Bereich angesetzt. Eine weitere Abstufung des E-Moduls ist entbehrlich, da die Abminderung gegenüber dem Ursprungsmodul selbst mit diesen auf der sicheren Seite liegenden Annahmen gering bleibt (siehe Bild 3.6). Die Dehnsteifigkeit des ungerissenen Bereiches kann nach der Festlegung des E-Moduls unmittelbar angegeben werden:

$$K_D^{(1)} = A_i \cdot f_E^{(1)} \cdot E_{b0} \left(1 - \frac{l_R}{l}\right) \cdot \frac{1}{l} \quad (3.8)$$

3.4 Dehnsteifigkeit der gerissenen Bauteilabschnitte

3.4.1 Annahmen zur Verteilung der Zugfestigkeit

Die Dehnsteifigkeit $K_D^{(2)}$ der gerissenen Bauteilabschnitte wird vor allem durch die größere Dehnung im Riß und in den an einen Riß angrenzenden Einleitungsstrecken gegenüber dem ungerissenen Bereich abgemindert. Die Anzahl der Risse und die Ausdehnung der Einleitungsstrecken kann mit dem Rißbildungsgrad θ nach /26/ beschrieben werden:

$$\theta = \frac{r_i}{r_n} \quad (3.9)$$

mit r_i = Anzahl der vorhandenen Risse

r_n = Anzahl der möglichen Risse

Zwischen dem Rißbildungsgrad θ und der Betonzugfestigkeit β_z besteht die Beziehung, daß bei kleinen Rißbildungsgraden auch nur niedrige Betonzugfestigkeiten überschritten werden. Um genauere Aussagen zur Rißentwicklung ableiten zu können, muß die Verteilung der Zugfestigkeit allerdings bekannt sein. Von Koch /19/ wurden hierzu Spaltzugversuche durchgeführt, deren Ergebnisse annähernd normal verteilt waren. Diese Verteilung bestätigt auch Rüschi in /43/. Schwennicke /49/ zeigte, daß die in anderen Arbeiten gefundenen logarithmischen Normalverteilungen nur zu unbedeutenden Abweichungen führen. Die Zugfestigkeit des Betons kann daher entsprechend Bild 3.7 als normalverteilt angenommen werden. Die nutzbare Spanne wird durch den 5 %-Fraktilwert, bei dem Erstrisse entstehen, und den 95 %-Fraktilwert, bei dem sich keine weiteren Risse mehr bilden, begrenzt.

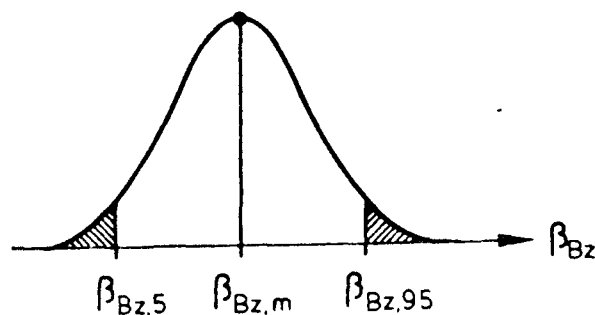


Bild 3.7: Normalverteilung der Biegezugfestigkeit des Betons

Bild 3.7 erlaubt keine Rückschlüsse auf die Verteilung der Betonzugfestigkeiten entlang der Stabachse. Damit ist noch unbekannt, welche Zugfestigkeit der jeweiligen Beanspruchung zuzuordnen ist. Da höhere Beanspruchungen zur Überschreitung höherer Zugfestigkeitswerte führen und die Stahlspannung σ_s als Maß für die Beanspruchung angesehen werden kann, ist es nahe-

liegend einen Zusammenhang zwischen der Zugfestigkeit β_z und der Stahlspannung σ_s herzustellen. Svensvik /51/ paßte diesen Zusammenhang an Versuchsergebnisse an und leitete daraus Gl. (3.10) ab, die in Bild 3.8 dargestellt ist. Da die Größe der Stahlspannung auch bei den hier zu untersuchenden Plattenquerschnitten von Faltwerken unmittelbar der Beanspruchung zugeordnet werden kann, wird diese Beziehung beibehalten:

$$\beta_i = \beta_5 + \left[\frac{\sigma_{sR,i} - \sigma_{sR,1}}{\beta_{0,2} - \sigma_{sR,1}} \right]^{0,5} \cdot (\beta_{95} - \beta_5) \quad (3.10)$$

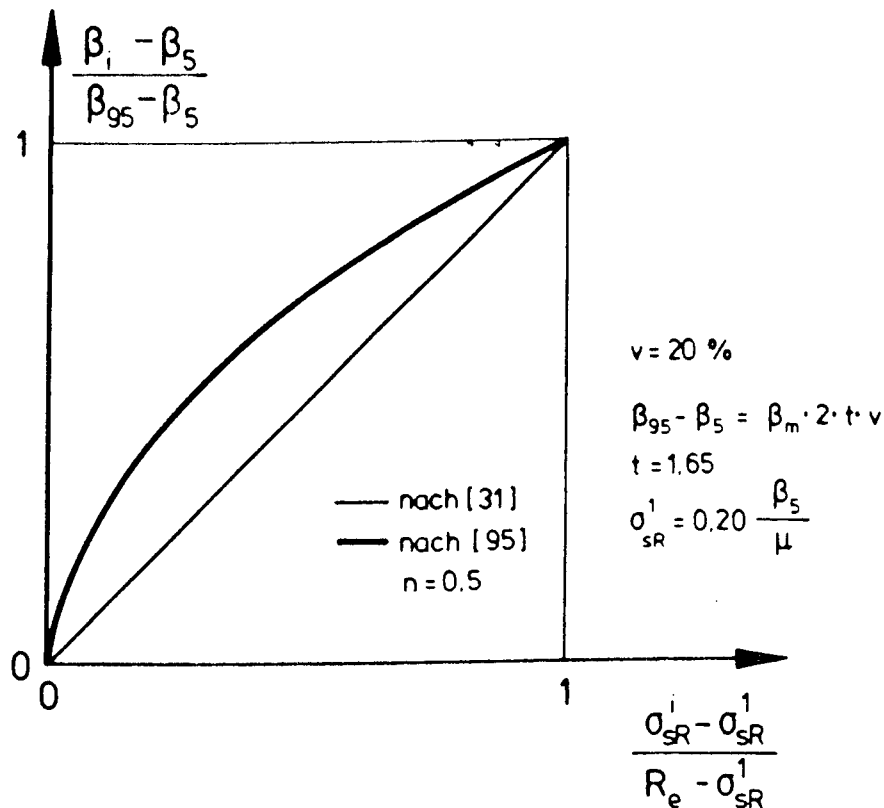


Bild 3.8: Beziehung der wirksamen Biegezugfestigkeit β_{BZ} zur Stahlspannung σ_s

3.4.2 Spannungszustand zwischen den Rissen

3.4.2.1 Ermittlung der Scheibenspannungen

Die Entstehung eines neuen Risses ist abhängig vom Spannungszustand zwischen zwei bestehenden Rissen. Koch /19/ hat die

Spannungen solcher biegebeanspruchten Stababschnitte, die einen Dehnungsgradienten über die Bauteilhöhe aufweisen, an der in Bild 3.9 dargestellten Scheibe ermittelt. Beansprucht wird diese einseitig von einem Riß begrenzte Scheibe durch die Verbundspannungen entlang der Bewehrung und die Biegedruckkraft im Rißquerschnitt. Um im nächsten Abschnitt den Einfluß einer Druckbewehrung untersuchen zu können, wird auch die Betonzugkraft σ_{bu} aus der Verbundwirkung einer Biegedruckbewehrung bestimmt.

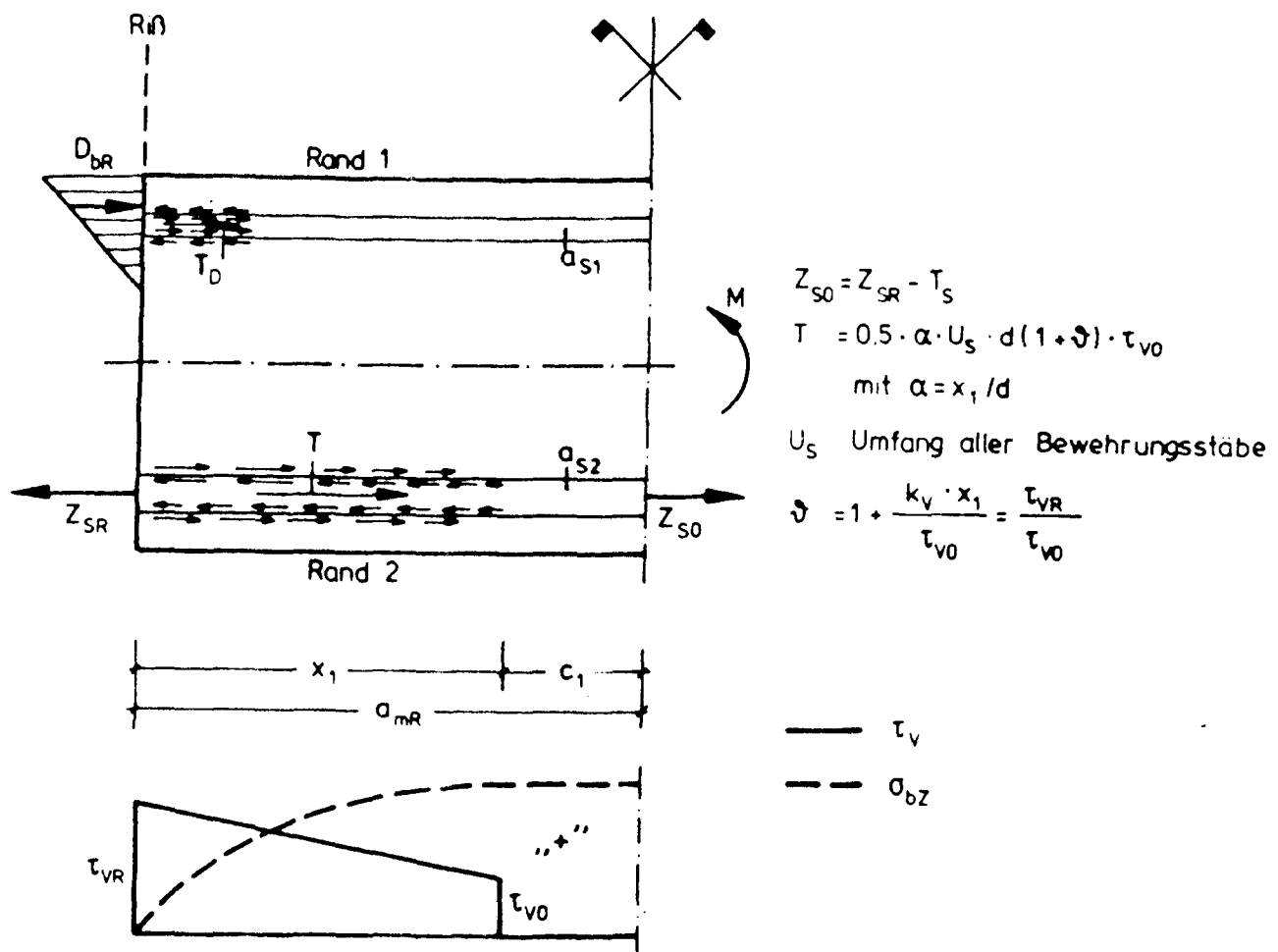


Bild 3.9: Beanspruchung des als Scheibe idealisierten Ab-schnittes zwischen zwei Rissen

Die Scheibenspannungen infolge der Betondruckkraft und des Verbundes der Zugbewehrung berechnete Koch /19/ mit der FE-Methode unter Annahme linear elastischen Materialverhaltens. Die Normierung der Scheibenabmessungen und der einwirkenden Kräfte ergab allgemeine Lösungen, die als Beiwerte für den hier in-

teressierenden Rechteckquerschnitt in den Tabellen 3.4 und 3.5 angegeben sind. Mit ihnen kann die Scheibenspannung aus der Spannung nach der technischen Biegelehre bestimmt werden (siehe Bild 3.11). Ergänzend wurden für diese Arbeit die Beiwerte zur Bestimmung der größten Zugspannung infolge Verbundwirkung der Druckbewehrung entsprechend Bild 3.9 ermittelt und in Tabelle 3.6 zusammengestellt.

Für die Spannungsberechnung der Scheibe muß damit nur noch die Länge festgelegt werden. Sie wird mit der Verbundspannungsverteilung nach Bild 3.11 als die zur Anfangsstahlspannung σ_{s0} gehörige Einleitungslänge x_1 wie folgt ermittelt:

$$\sigma_{s0} = n \cdot \beta_i \cdot \alpha \quad (3.11)$$

α : Proportionalitätsfaktor zur Umrechnung der Spannung in der Randfaser auf die Bewehrungshöhe: $d_1/d = 0,10 \rightarrow \alpha = 0,8$
 $d_1/d = 0,15 \rightarrow \alpha = 0,7$
 $d_1/d = 0,20 \rightarrow \alpha = 0,6$

$$x_1 = -\frac{\tau_{v0}}{k_v} + \left[\left[\frac{\tau_{v0}}{k_v} \right]^2 + \frac{d_s}{2 \cdot k_v} (\sigma_{sR} - \sigma_{s0}) \right]^{0,5} \quad (3.12)$$

mit $k_v = k_{v0} + k_{v1} \cdot \sigma_{s0}$

Der in Gl. (3.12) enthaltene Verbundbeiwert k_v und die Verbundspannung τ_{v0} sind in Tabelle 3.3 zusammengestellt. Die Stahlspannung σ_{sR} im Riß wurde für das größte Moment unter Gebrauchslast wiederum mit der angepaßten SDL für den Beton ermittelt, die im Ursprung den Elastizitätsmodul nach DIN 1045 ergibt. Die für das größte Gebrauchslastmoment bestimmten Spannungen und Dehnungen, werden auf der sicheren Seite liegend, über den gesamten gerissenen Bereich unterstellt. Diese Annahme gilt für ein konstantes Moment und ergibt gegenüber den parabelförmigen Verläufen Abweichungen zur sicheren Seite.

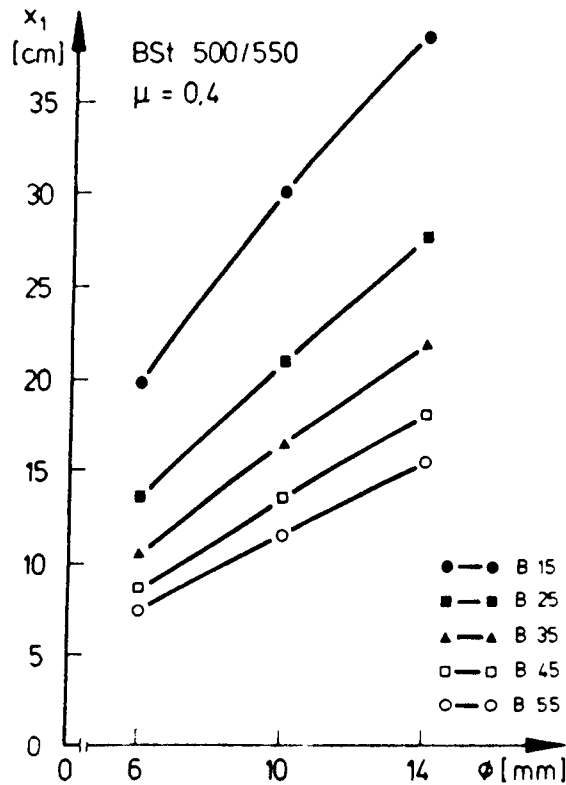


Bild 3.10:

Einleitungslänge x_1
für verschiedene Stab-
durchmesser

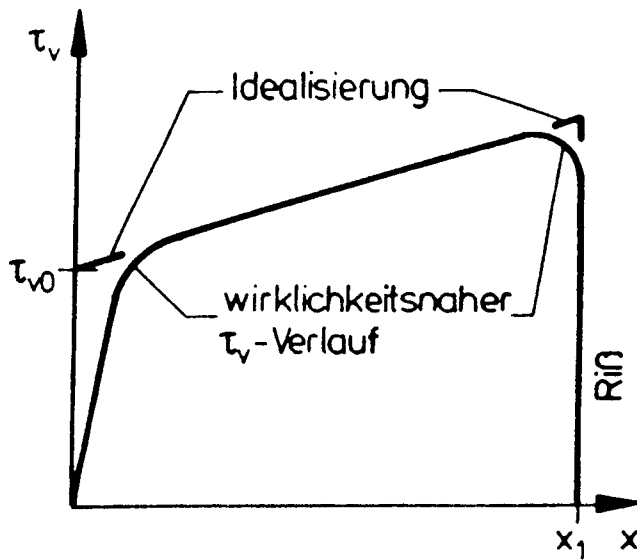


Bild 3.11:

Verbundspannungsver-
teilung nach /19/

β_{Wm} τ_{v0}	20 30 40 50 60 1,33 2,00 2,66 3,33 4,00 [N/mm ²]									
d_s [mm]	k_{v0}	k_{v1}	k_{v0}	k_{v1}	k_{v0}	k_{v1}	k_{v0}	k_{v1}	k_{v0}	k_{v1}
	10 · k_{v0} [N/mm ² cm] und 1000 · k_{v1} [1/cm]									
6	0,52	0,63	1,09	0,94	1,67	1,27	2,39	1,56	3,18	1,84
8	0,49	0,54	0,97	0,81	1,48	1,10	2,09	1,35	2,77	1,60
10	0,47	0,48	0,89	0,73	1,35	0,99	1,92	1,27	2,53	1,42
12	0,47	0,43	0,84	0,66	1,26	0,90	1,77	1,10	2,32	1,30
14	0,48	0,39	0,78	0,62	1,18	0,83	1,67	1,01	2,19	1,20

Tabelle 3.3: Verbundspannungsbeiwerte für gerippte Stäbe /51/

Beiwert	x/d	Scheibenform α					
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$r_m(D)$	0,1	1,000	0,759	0,552	0,441	0,379	0,342
	0,2	1,000	0,937	0,767	0,648	0,577	0,533
	0,3	1,000	0,984	0,876	0,774	0,708	0,669
	0,4	1,000	0,997	0,935	0,856	0,803	0,771
$c_u(D)$	0,1	0	-0,002	0,131	0,603	0,894	1,003
	0,2	0	-0,002	0,148	0,612	0,898	1,000
	0,3	0	-0,002	0,176	0,631	0,902	0,998
	0,4	0	-0,001	0,221	0,663	0,911	0,998

Tabelle 3.4: Beiwerte zur Ermittlung der Scheibenspannungen aus einer Biegedruckkraft $D_{bR} = 1$

Beiwert	δ	Scheibenform α					
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$c_m(T)$	1,0	0	0	0,050	0,203	0,316	0,379
	1,5	0	0	0,053	0,213	0,333	0,400
	2,5	0	0	0,056	0,225	0,351	0,424
	4,0	0	0	0,058	0,234	0,366	0,441
	8,0	0	0	0,060	0,241	0,381	0,459
$c_u(T)$	1,0	0	0,842	1,179	1,111	1,061	1,037
	1,5	0	0,906	1,225	1,133	1,070	1,041
	2,5	0	0,979	1,279	1,157	1,080	1,046
	4,0	0	1,034	1,319	1,175	1,088	1,049
	8,0	0	1,076	1,360	1,195	1,096	1,053

Tabelle 3.5: Beiwerte zur Ermittlung der Scheibenspannungen aus einer Verbundkraft $T = 1$

α	0,6	0,8	1,0	1,2
$c_u(Sd)$	0,129	0,240	0,313	0,358

Tabelle 3.6: Beiwerte $c_u(Sd)$ zur Ermittlung der Scheibenspannung am unteren Rand aus einer Verbundkraft $T_D = 1$ der Druckbewehrung

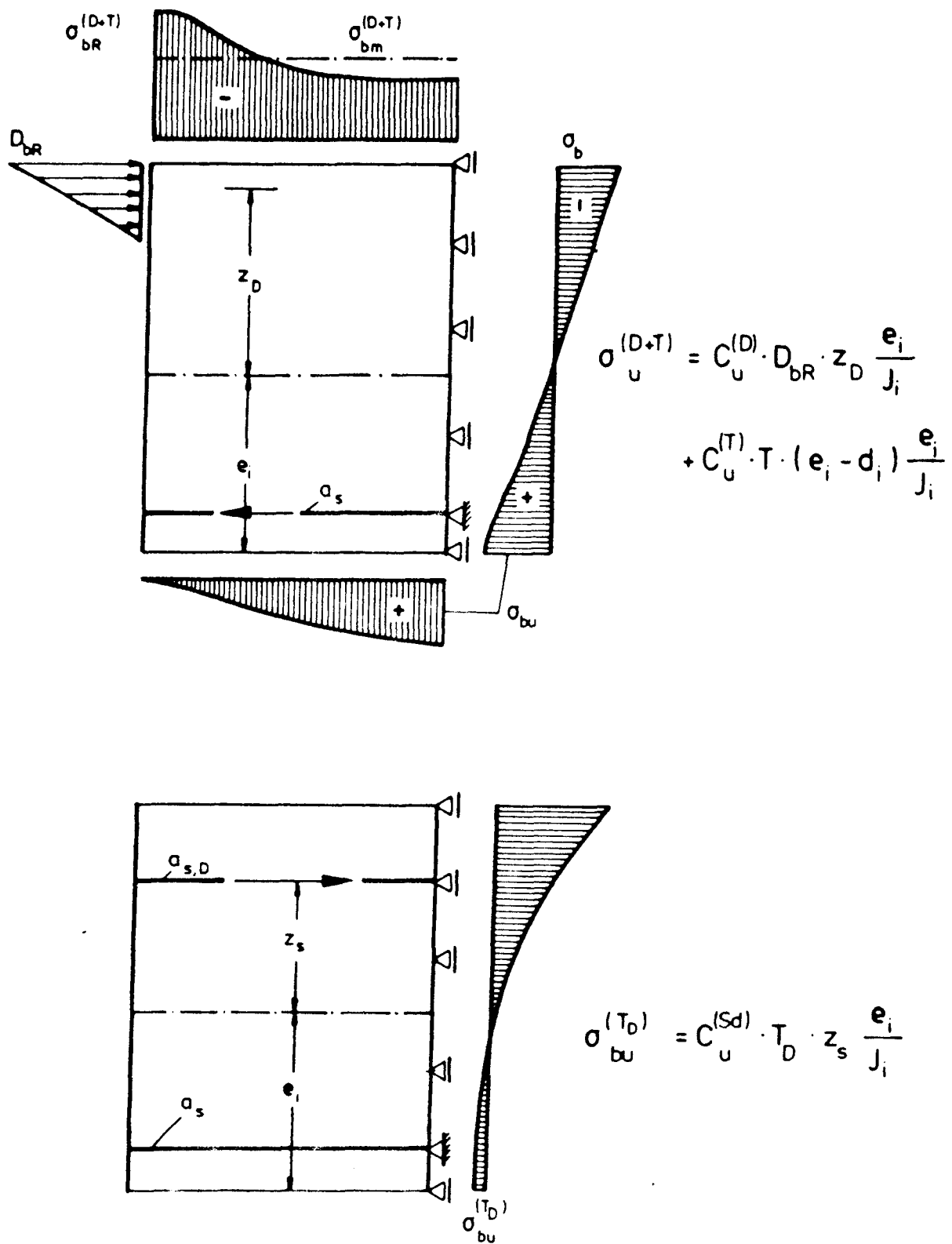


Bild 3.12: Berechnung der Scheibenpannungen für die Beanspruchungen nach Bild 3.9 mit den Beiwerten der Tabellen 3.4 - 3.6

3.4.2.2 Kritik am Verfahren zur Spannungsermittlung

Die Idealisierung der Stababschnitte zwischen den Rissen als Scheibe mit elastischem Materialverhalten erfordert einige kritische Anmerkungen, die nachfolgend aufgezeigt und kurz erläutert werden sollen:

- Bereits die Annahme elastischen Verhaltens zwischen den Rissen stellt im Hinblick auf die aus den Sekundärrissen ("Goto Risse") an den Rippen und die aus der räumlichen Verbundspannungsverteilung zu erwartenden Abweichungen eine weitreichende Vereinfachung dar. Da hier jedoch mit Beanspruchungen des Gebrauchszustandes gerechnet wird, bleiben die Abweichungen in vertretbaren Grenzen.
- Als Länge der Betonscheibe, für die eine von der Elastizitätstheorie abweichende Spannungsverteilung zu unterstellen ist, wird die aus Verbundgesetzen abgeleitete Einleitungslänge x_1 angenommen. Tatsächlich erstreckt sich der Einfluß der Verformungen aus der Betonscheibenwirkung auf einen Abschnitt, dessen Länge l der Bauteilhöhe d entspricht (Prinzip von Saint Venant). Dieser Einwand ist vorwiegend bei Balken zu beachten. Bild 3.10 belegt, daß die Einleitungslängen x_1 nur wenig von den vorherrschenden Plattendicken bei Treppenläufen abweichen.
- Die Spannung in der Biegedruckzone wurde zur Berechnung von Tabelle 3.4 durch eine Treppenlinie angenähert. Bei der engen Elementteilung bleibt dieser Einfluß gering.
- Beanspruchungen infolge Querkraft und querkraftbedingte Rißverzahnungen werden nicht berücksichtigt. Diese Einflüsse sind bei Platten geringer als bei Balken, weil die Schubspannungen klein bleiben und die Lastabtragung zu einem erheblichen Teil über Bogen- Zugbandwirkung erfolgt. Im Schnitt des hier als maßgebend angenommenen größten Gebrauchlastmomentes M_G ist die Querkraft $Q = 0$.

3.4.3 Bestimmung des mittleren Rißabstandes

3.4.3.1 Übersicht

Mit Gl. (3.10), die die aufnehmbare Betonzugspannung β_i im betrachteten Querschnitt ergibt und der Kenntnis der größten Betonzugspannung σ_{bu} im Bereich zwischen den Rissen kann auf den mittleren Rißabstand a_m des betrachteten Bauteils geschlossen werden. Dabei sind die in Bild 3.13 dargestellten Fälle zu unterscheiden:

- a) Die nach Abschnitt 3.4.2 ermittelte Scheibenspannung σ_{bu} ist größer als die Betonzugspannung β_i . Für diesen Fall wird angenommen, daß zwischen den Rissen keine Bereiche mit unverschieblichem Verbund mehr bestehen und die Ausprägung des Rißbildes weitgehend abgeschlossen ist.
- b) Die Scheibenspannung σ_{bu} ist gleich der Betonzugfestigkeit β_i .
- c) σ_{bu} ist kleiner als β_i . Zwischen den Rissen bestehen im Anschluß an die Einleitungslängen x_1 Bereiche mit unverschieblichem Verbund.

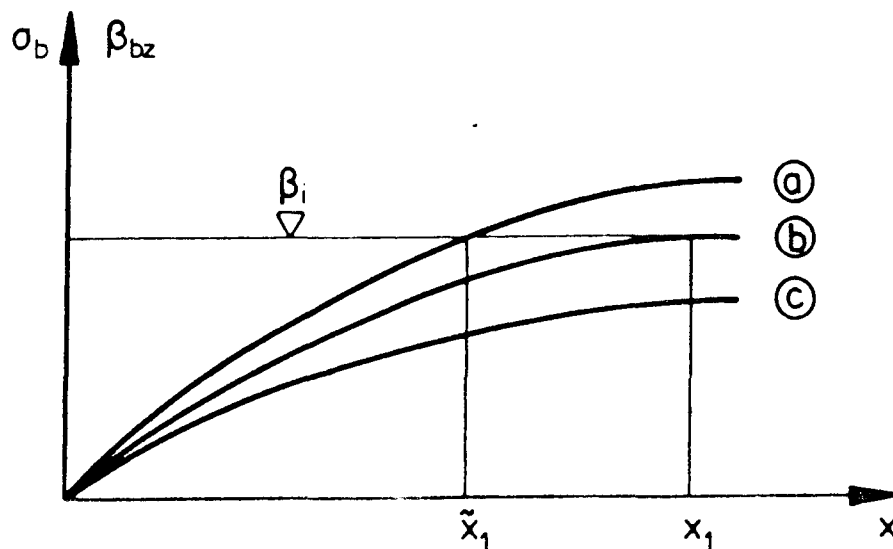


Bild 3.13: Verhältnis der Betonzugspannung σ_{bu} zur Zugfestigkeit β_i bei verschiedenen Rißbildungsstadien

3.4.3.2 Rißabstand ohne Bereiche ungestörten Verbundes

Von den drei in Bild 3.13 aufgezeigten Fällen können die Varianten a) und b) insofern gemeinsam betrachtet werden, als beide keine Bereiche mit unverschieblichem Verbund aufweisen. Für die Bestimmung des Rißabstandes a_m wird bei Fall a) zunächst die Scheibenlänge so weit auf den Wert x'_1 verringert bis die Scheibenspannung σ_{bu} gleich der Betonzugfestigkeit β_i ist. Diese Bestimmung der verminderten Scheibenlänge x'_1 kann mit den Tabellen 3.4 und 3.5 iterativ erfolgen, indem jetzt umgekehrt aus der Spannung auf die Geometrie der Scheibe geschlossen wird. Eine Abschätzung des erwarteten Wertes x'_1 ist mit folgenden Beziehungen möglich:

$$c_u^{(D)}_{soll} = \frac{\beta_i}{\sigma_{bu}} \cdot c_u^{(D)}$$

Mit $c_u^{(D)}_{soll}$ kann aus Tabelle 3.4 α_{soll} bestimmt werden. Eine nur aus den Spannungen infolge der Biegedruckkraft D_b ermittelte Verringerung der Scheibenlänge würde sich damit wie folgt ergeben:

$$x'_{1,D} = \alpha_{soll} \cdot d \quad (3.13)$$

Aus dem Spannungszustand infolge der Verbundkraft T wird mit Tabelle 3.5 folgende verringerte Scheibenlänge abgeschätzt:

$$T_{neu} = \frac{\beta_i}{\sigma_{bu}} \cdot T \quad T: \text{Verbundkraft nach Bild 3.9}$$

$$x'_{1,T} = - \frac{\tau_{y0}}{k_v} + \left[\left[\frac{\tau_{y0}}{k_v} \right]^2 + \frac{T_{neu}}{U_s \cdot 0,5 \cdot k_v} \right]^{0,5} \quad (3.14)$$

Die Scheibenlänge für den jeweils nächsten Iterationsschritt wird als Mittelwert angenommen.

$$x'_1 = \frac{x'_{1,D} + x'_{1,T}}{2} \quad (3.15)$$

Mit den Gl. (3.13) bis (3.15) ist die verminderte Einleitungslänge x'_1 , bei der die Scheibenspannung σ_{bu} gleich der Betonzugfestigkeit β_1 ist, bereits nach ein oder zwei Iterationsschritten ausreichend genau angenähert. Fall a) und b) sind nun vergleichbar. Sie befinden sich in einem Zustand, in dem entweder gerade ein Riß entsteht oder der Querschnitt gerade noch ungerissen verbleibt. Daher kann ein oberer und unterer Grenzwert der Verformungen angegeben werden, denen die möglichen Rißabstände zugeordnet sind:

oberer Verformungsgrenzwert, neuer Riß ist entstanden

$$\text{Fall a) } a_m^{(N)} = x'_1$$

$$\text{Fall b) } a_m^{(N)} = x_1 \quad (3.16)$$

unterer Verformungsgrenzwert, kein neuer Riß

$$\text{Fall a) } a_m^{(V)} = 2 \cdot x'_1$$

$$\text{Fall b) } a_m^{(V)} = 2 \cdot x_1 \quad (3.17)$$

Als wahrscheinlicher Wert gilt: $a_m = (a_m^{(V)} + a_m^{(N)})/2$

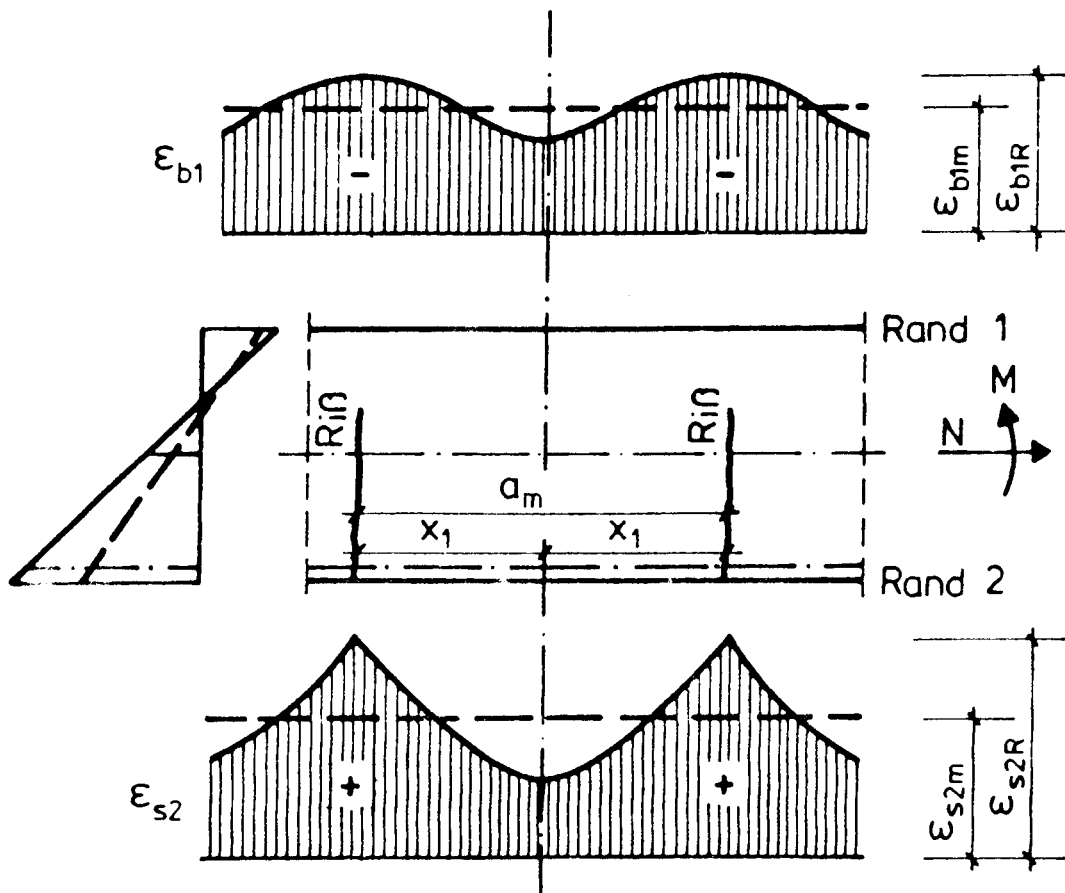


Bild 3.14: Rißabstand ohne Zwischenbereiche ungestörten Verbundes

Im Rahmen dieser Arbeit wird abweichend der zum unteren Verformungsgrenzwert gehörige Rißabstand a_m nach Gl. (3.17) verwendet (siehe Bild 3.13). Damit soll vor allem ein kontinuierlicher Übergang von der fortschreitenden Rißbildung zur abgeschlossenen Rißbildung erreicht werden. Dies ist für die Darstellung der Dehnsteifigkeit insofern vorteilhaft, als ihr Verlauf dann mit einfachen Funktionen beschrieben werden kann. Die Annahme des Mittelwertes aus Gl. (3.16) und (3.17) ergibt dagegen eine sprunghafte Änderung des Rißabstandes um $\Delta a_m = 0,5 \cdot x_1$, weil sich für $\sigma_{bu} < \beta_i$ gerade noch $a_m = 2 \cdot x_1$ einstellt, während bei nur geringfügig erhöhter Spannung unter $\sigma_{bu} > \beta_i$ der Rißabstand zu $a_m = 1,5 \cdot x_1$ errechnet wird.

Im Hinblick auf die zu ermittelnden Steifigkeiten ist die getroffene Vereinfachung wegen der in diesem Bereich ohnehin kleinen Rißabstände (siehe Bild 3.18) vertretbar. Eine zutreffendere Betrachtung, die die sprunghafte Änderung der Rißentwicklung vermeidet, würde bei den hier betrachteten Plattenquerschnitten und Bewehrungsdurchmessern nur um wenige Zentimeter verringerte Rißabstände ergeben. Solange hierzu keine gezielten Untersuchungen vorliegen würde dabei die Festlegung des Punktes Schwierigkeit bereiten, mit dem das Erreichen des Grenzwertes nach Gl. (3.14) gekoppelt wird. Auch eine Verminderung des Sicherheitsniveaus ist bei Verwendung des Rißabstandes a_m nach Gl. (3.17) auszuschließen, da andere Annahmen bisher Abweichungen zur sicheren Seite ergaben, so wurde z.B. der Dehnungszustand infolge des Momentengrößtwertes der Steifigkeitsermittlung auf ganzer Abschnittslänge zugrunde gelegt.

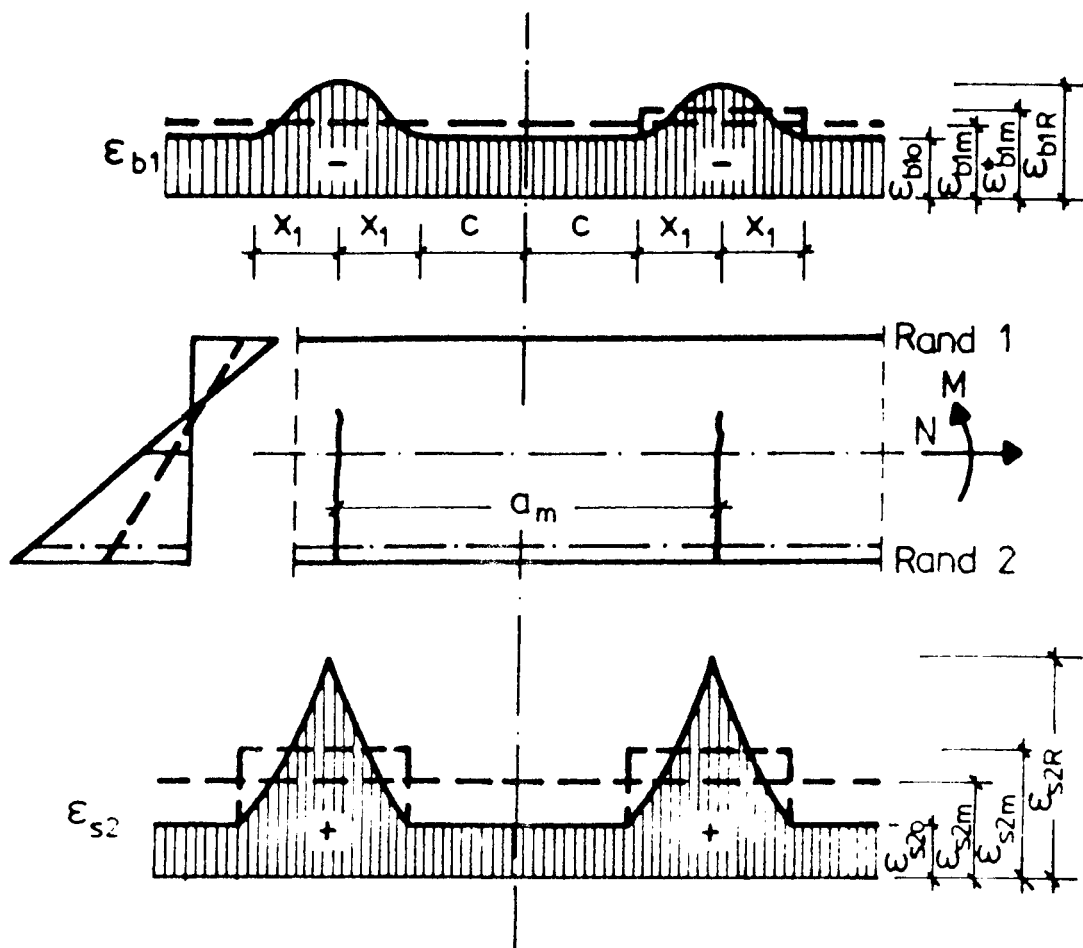


Bild 3.15: Rißabstand mit Zwischenbereichen ungestörten Verbundes

3.4.3.3 Rißabstand mit Zwischenbereichen ungestörten Verbundes

Für den Fall c) mit Zwischenbereichen ungestörten Verbundes muß ergänzend zu den bislang getroffenen Annahmen noch eine Aussage zur Länge dieser Zwischenbereiche angegeben werden. Aus der Erkenntnis heraus, daß eine an der Scheibe nach Bild 3.9 ermittelte Betonzugspannung σ_{bu} , die die Biegezugfestigkeit β_{BZ5} nur wenig überschreitet, eher ungerissene Zwischenbereiche ermöglicht als eine Betonzugspannung, die weit über β_{BZ5} liegt, bestimmte Koch /19/ die Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\bar{u}}$ eines ungerissenen Stababschnittes zwischen Rissen für die Betonzugspannung $\sigma_{bz} = \beta_i$ mit Bild 3.16.

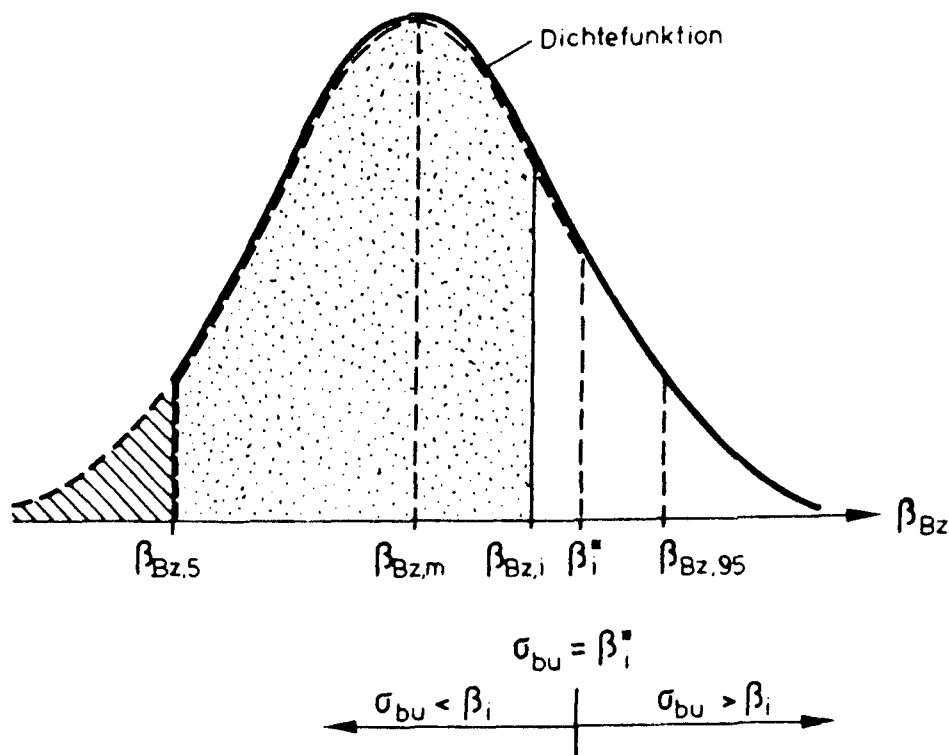


Bild 3.16: Verteilung der Biegezugfestigkeit β_{BZ}

Danach kann das Verhältnis der punktierten Fläche zur dick umrandeten Fläche als Wahrscheinlichkeit für das Aufreißen des Querschnittes angenommen werden. Mit der Wahrscheinlichkeit $P_{\ddot{u}}$, daß in der ungestörten Zone c (siehe Bild 3.15) kein Riß entsteht, ergibt sich der Rißabstand a_m zu:

$$a_m = \frac{2 \cdot x_1}{1 - P_{\ddot{u}}} \quad (3.18)$$

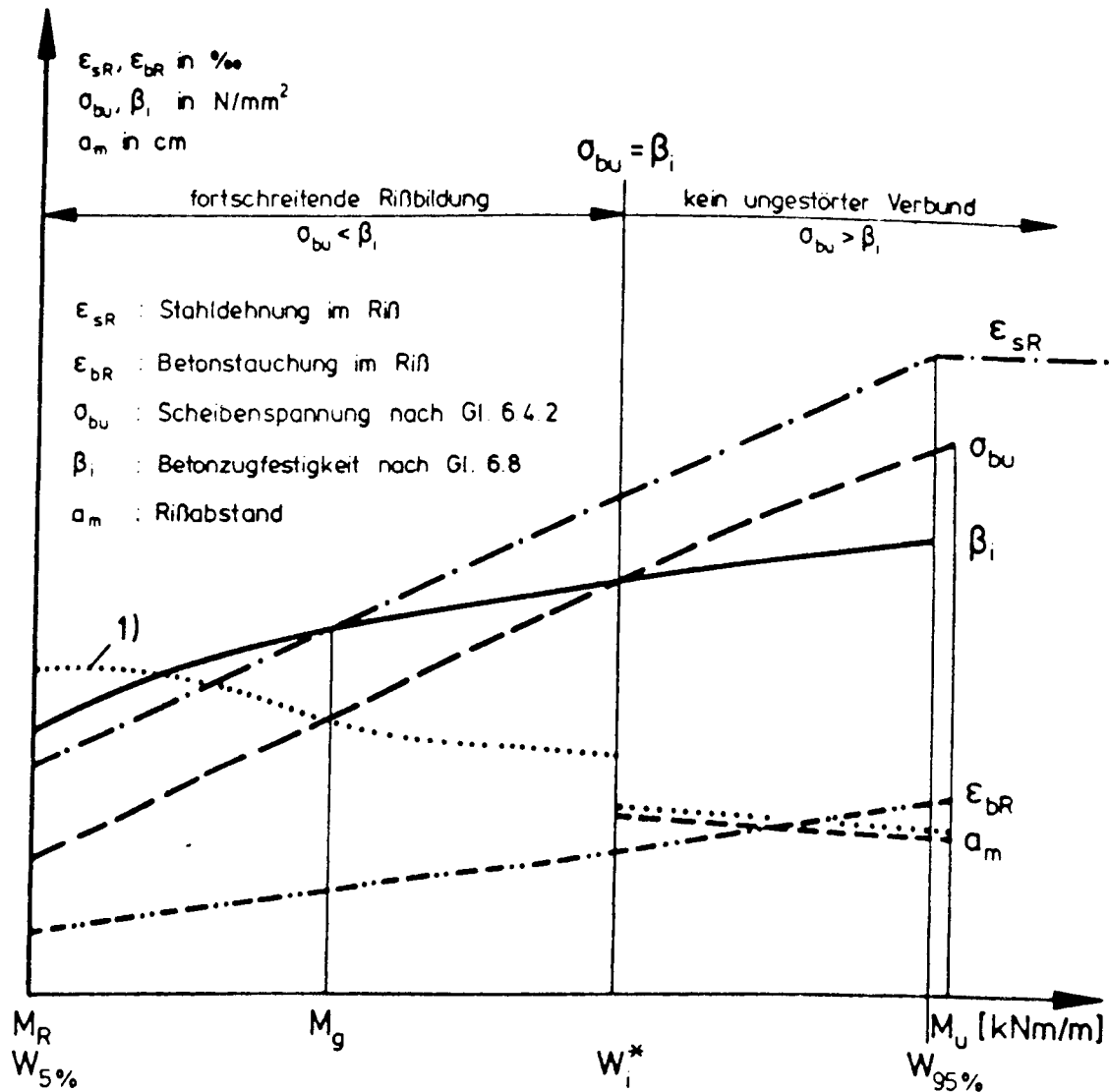
Darin ist die Überlebenswahrscheinlichkeit

$$P_{\ddot{u}} = \frac{1 - \Phi(w_i)}{1 - \Phi(w_5)} \quad (3.19)$$

mit $w_i = \frac{\beta_i - \beta_{BZ,m}}{\beta_{BZ,m} \cdot v \cdot \sqrt{2}}$ und dem Integral der Dichtefunktion der standardisierten Normalverteilung /1/:

$$\Phi(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^w e^{-\frac{w^2}{2}} \cdot dw$$

In dieser Arbeit wird die Bestimmung der Wahrscheinlichkeit $P_{\bar{u}}$ insofern modifiziert, als der in Gl. (3.19) enthaltene Bezug der punktierten Fläche auf die dick umrandete Fläche (siehe Bild 3.16), also auf $(1 - \Phi(w_5))$, nicht beibehalten wird, da sonst eine Diskontinuität am Übergang von der fortschreitenden Rißbildung zum abgeschlossenen Rißbild entsteht, wie auch die Rißabstände in Tabelle 5.5 von /19/ bestätigen.



1) Rißabstand hier konstant, da Größtwert auf $a_m \leq 3 \cdot d$ beschränkt wurde

Bild 3.17: Veränderung der Größen, mit denen die Zwischenbereiche ungestörten Verbundes bestimmt werden

In Bild 3.17 sind die Veränderung der Dehnungen im Rißquerschnitt sowie die Zunahme der Scheibenspannung σ_{bu} und der Biegezugfestigkeit β_i qualitativ für einen nur auf Biegung be-

anspruchten rechteckigen Plattenquerschnitt in Abhängigkeit vom Moment dargestellt. Man erkennt, daß der Übergang fortschreitender Rißbildung zur Phase, bei der keine Bereiche ungestörten Verbundes mehr bestehen, deutlich vor dem Erreichen der größten ausnutzbaren Biegezugspannung β_{95} stattfinden kann. Dies ist in der Regel zu erwarten, da der Verlauf der Biegezugfestigkeit β_i allein an die Stahlspannung gekoppelt ist, während die an der Scheibe ermittelte Betonzugspannung σ_{bu} von verschiedenen Einflüssen abhängt, z.B. der Scheibengeometrie und dem Anteil der Betondruckkraft. Als Folge entsteht bei w_i^* eine sprunghafte Veränderung des Rißverlaufs, weil für Werte $w_i \leq w_i^*$ nach Gl. (3.20) bis unmittelbar zum Ende des Bereiches fortschreitender Rißbildung noch eine Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\bar{u}}$ besteht, mit der größere Zwischenbereiche c ungestörten Verbundes errechnet werden. Am Übergang zu $w_i \geq w_i^*$ entfallen diese Zwischenbereiche c plötzlich, da hier $\sigma_{bu} > \beta_i$ ist. Als Folge entsteht eine sprunghafte Verringerung des Rißabstandes mit veränderlicher, von verschiedenen Einflüssen abhängiger Zuordnung zur Stahlspannung.

Um bei der Berechnung eine stetige Änderung des Rißabstandes zu erzielen, wie sie bei größeren Bauteillängen zu beobachten ist, wird die Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\bar{u}}$ in dieser Arbeit abweichend zu /19/ gemäß Bild 3.16 auf die von w_5 und w_i^* begrenzte strichlierte Fläche bezogen. Der Wert w_i^* muß dafür aus der Bedingung $\sigma_{bu} = \beta_i^*$ zunächst vorab bestimmt werden. Die Wahrscheinlichkeit zur Berechnung der Zwischenbereiche ergibt sich dann wie folgt:

$$w_i^* = \frac{\beta_i^* - \beta_{Bzm}}{\beta_{Bzm} \cdot v \cdot \sqrt{2}}$$

$$P_{\bar{u}}^* = \frac{(1 - \Phi(w_5)) - \Phi(w_i)}{\Phi(w_i^*) - \Phi(w_5)} \quad (3.20)$$

Dann beträgt der Rißabstand

$$a_m = \frac{2 \cdot x_1}{1 - P_{\bar{u}}^*} \quad (3.21)$$

Um Gl. (3.20) innerhalb eines Rechenprogramms auswerten zu können, wurden die Integralwerte für die Dichtefunktion nach Gl. (3.22) /1/ ermittelt:

$$\Phi(w) = 1 - 0,5 \cdot (1 + d_1 \cdot w + d_2 \cdot w^2 + d_3 \cdot w^3 + d_4 \cdot w^4 + d_5 \cdot w^5 + d_6 \cdot w^6)^{-16} + \epsilon_w$$

$$|\epsilon_w| < 1,5 \cdot 10^{-7}$$

$$\begin{aligned} d_1 &= 0,0498673470 & d_4 &= 0,0000380036 \\ d_2 &= 0,0211410061 & d_5 &= 0,0000488906 \\ d_3 &= 0,0032776263 & d_6 &= 0,0000053830 \end{aligned} \quad (3.22)$$

Die stochastischen Betrachtungen zur Bestimmung des Rißabstandes a_m ergeben für Biegezugspannungen, die nur geringfügig über dem 5 ‰ Fraktilwert β_5 liegen, sehr große Überlebenswahrscheinlichkeiten $P_{\bar{u}}^*$ Gl. (3.18), mit wiederum sehr großen für die Ermittlung mittlerer Steifigkeiten unbedeutenden Rißabständen. In dieser Arbeit wurde der mittlere Rißabstand daher auf $a_m = 3 d$ begrenzt. Damit wird unter anderem auch berücksichtigt, daß Spannungen aus üblicherweise bei der Treppenberechnung vernachlässigten Beanspruchungen (Eigenspannungen, Schwinden, Temperatureinflüsse, herstellungsbedingte Einflüsse) bei beginnender Rißbildung gegenüber den noch vergleichsweise niedrigen äußeren Lasten eine größere Bedeutung aufweisen als unter hohen Lasten.

3.4.3.4 Rißabstand für unterschiedliche Bewehrungsgrade

In Bild 3.18 sind die mit den vorab erläuterten Ansätzen ermittelten Rißabstände a_m eines nur auf Biegung beanspruchten Querschnittes für Betongüten B15 bis B55 und eine Plattendicke $d = 16$ cm in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades μ aufgetragen. Dabei wurde für den jeweiligen Bewehrungsgrad das größte zulässige Biegemoment M_G , das vorab unter Ansatz des Parabel-Rechteckdiagrammes und des Sicherheitsbeiwertes nach DIN 1045 ermittelt worden war, als Schnittgröße aus äußerer Last angesetzt. Neben den in dieser Arbeit verwendeten Rißabständen nach Gl. (3.17) sind auch der Mittelwert aus Gl. (3.16) und (3.17) sowie die Rißabstände nach Gl. (3.23) aus /46/, die als unterer Grenzwert angesehen werden können, aufgetragen.

$$a_m = a_0 + \frac{\beta_{BZm}}{\tau_{sm}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{d_s}{\mu_s} ; \quad \mu_s = \frac{A_s}{A_{bef}} \quad (3.23)$$

a_0 : verbundfreie Länge zur Berücksichtigung des gestörten Verbundes am Riß, $a_0 \leq 4d_s$

$\frac{\beta_{BZm}}{\tau_{sm}} = 0,5$ Verbundbereich 1 gerippte Stähle
 $\frac{\beta_{BZm}}{\tau_{sm}} = 0,7$ Verbundbereich 1 stark profilierte Stähle

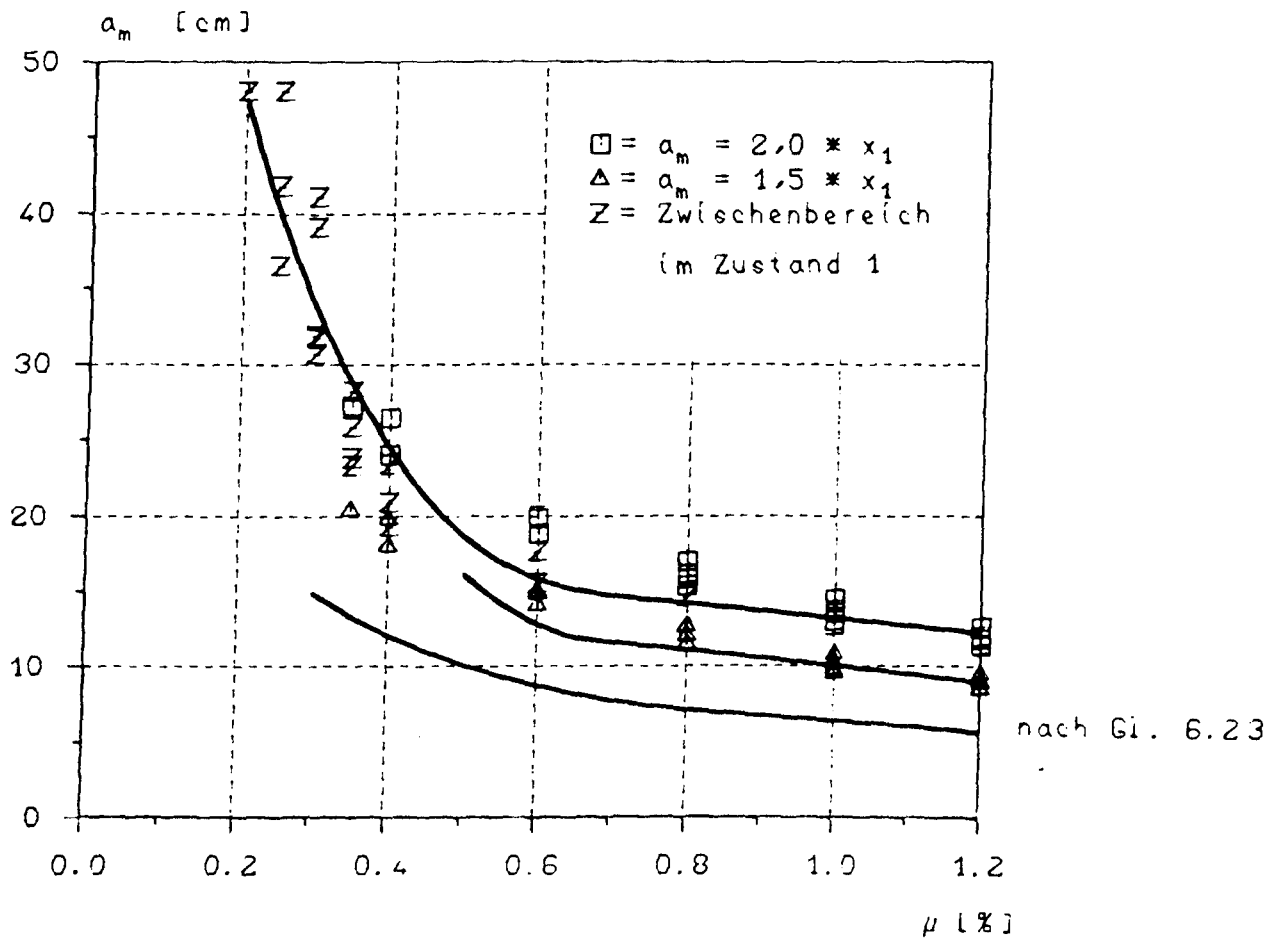


Bild 3.18: Vergleich der rechnerisch bestimmten mittleren Rißabstände

Es zeigt sich, daß die wirklichkeitsnahe Ermittlung der Rißabstände insbesondere die Erfassung des Bereichs fortschreitender Rißbildung, bei dem noch Abschnitte ungestörter Verbundes bestehen, vor allem für niedrige Bewehrungsgrade bis etwa $\mu = 0,6 \text{ ‰}$ deutlich größere Rißabstände ergibt, als sie nach den bekannten Ansätzen errechnet werden, die ein abgeschlossenes Rißbild unterstellen und von denen Gl. (3.23) /46/ hier beispielhaft angegeben wurde. Für die Steifigkeiten ist

als Folge dieser vergrößerten Rißabstände ein weniger steiler Abfall am Übergang zum gerissenen Bereich zu erwarten.

3.4.4 Bestimmung der mittleren Dehnungen und der Dehnsteifigkeit im gerissenen Bereich

Die Kenntnis des mittleren Rißabstandes a_m erlaubt die Bestimmung der mittleren Dehnungen unter Berücksichtigung der Ableitungen und Annahmen in den vorausgegangenen Abschnitten. Mit den Bezeichnungen entsprechend der Bilder 3.14 und 3.15 wurden dazu nachfolgend die als Gl. (3.24) bis (3.29) zusammengestellten Beziehungen aus [19] verwendet:

mittlere Stahldehnung in der Einleitungsstrecke

$$\epsilon_{s2m}^* = \frac{1}{E_s} \left[\frac{1}{1 + \frac{k_{v1}}{2d_s} \cdot a_m^2} \left[\left(1 + \frac{k_{v1}}{6 \cdot d_s} \cdot a_m^2 \right) \cdot \sigma_{SR} - a_m \frac{\tau_{v0}}{d_s} \cdot \left[1 - \frac{k_{v1}}{6 \cdot d_s} \cdot a_m^2 \right] - \frac{k_{v0}}{3 \cdot d_s} a_m^2 \right] \right] \quad (3.24)$$

Daraus ergibt sich mit der Stahldehnung ϵ_{s20} nach Zustand 1 für die Zwischenbereiche:

$$\epsilon_{s2m} = (\epsilon_{s2m}^* \cdot x_1 + \epsilon_{s20} \cdot c_1) \cdot \frac{2}{a_m} \quad (3.25)$$

mittlere Betondehnung in der Einleitungsstrecke

$$\epsilon_{b1m}^* = r_m^{(D)} \cdot \epsilon_{bR}^D + C_m^{(T)} \cdot T \cdot \epsilon_{bu,E} \quad (3.26)$$

$r_m^{(D)}$ nach Tafel 3.2

$C_m^{(T)}$ nach Tafel 3.3

Mit der Betondehnung ϵ_{b10} nach Zustand 1 für die Zwischenbereiche erhält man:

$$\epsilon_{b1m} = (\epsilon_{b1m}^* \cdot x_1 + \epsilon_{b10} \cdot c_1) \cdot \frac{2}{a_m} \quad (3.27)$$

Damit kann die mittlere Dehnsteifigkeit $K_D^{(2)}$ für den gerissenen Abschnitt aus den mittleren Dehnungen wie folgt errechnet werden:

$$K_D^{(2)} = f_E^{(2)} \cdot E_{b0} \cdot x_{Bm}^{(2)} + E_s \cdot a_s \quad (3.28)$$

Darin ist $x_{Bm}^{(2)}$ die mittlere Höhe des ungerissenen verbliebenen Querschnittsteiles, die unter Annahme einer aufnehmbaren Betonzugdehnung von $\epsilon_{bZ} = 0,1 \text{ ‰}$ nach Gl. (3.29) ermittelt wurde.

$$x_{Bm}^{(2)} = \frac{-\epsilon_{b1m} + 0,1}{\epsilon_{s2m} - \epsilon_{b1m}} (d - d_1) \quad (3.29)$$

Der E-Modul wird wiederum gemäß Bild 3.5 aus dem zu der Kurve flächengleichen Rechteck bestimmt, die sich bei Ableitung der im Ursprung an DIN 1045 angepaßten SDL ergibt. Als maßgebende Dehnung für die Ermittlung des Faktors $f_E^{(2)}$, der den mittleren E-Modul über der wirksamen Betonfläche beschreibt, wird die Betonstauchung im Riß ϵ_{b1R} (siehe Bild 3.19) zugrundegelegt. Die errechneten $f_E^{(2)}$ - Werte für ausschließlich biegebeanspruchte Plattenquerschnitte sind in Bild 3.18 aufgetragen. Es zeigt auch die Abweichung, die gegenüber einer Bestimmung von $f_E^{(2)}$ entsteht, bei der die geringere mittlere Betonstauchung ϵ_{b1m} angesetzt wird. Mit der hier berücksichtigten Stauchung im Riß ergibt sich danach ein um etwa 5 ‰ bis 10 ‰ geringerer E-Modul. Da gerade der E-Modul erheblichen Schwankungen unterliegt, erscheint ein vorsichtiger Ansatz des E-Moduls gerechtfertigt, insbesondere im Hinblick auf die Schräge der Treppenläufe, die beim Betonieren in ortsfester Schalung das Verdichten erschwert. Die so erzielte Abminderung entspricht etwa den an den Versuchskörpern beobachteten Verhältnissen /22,23)

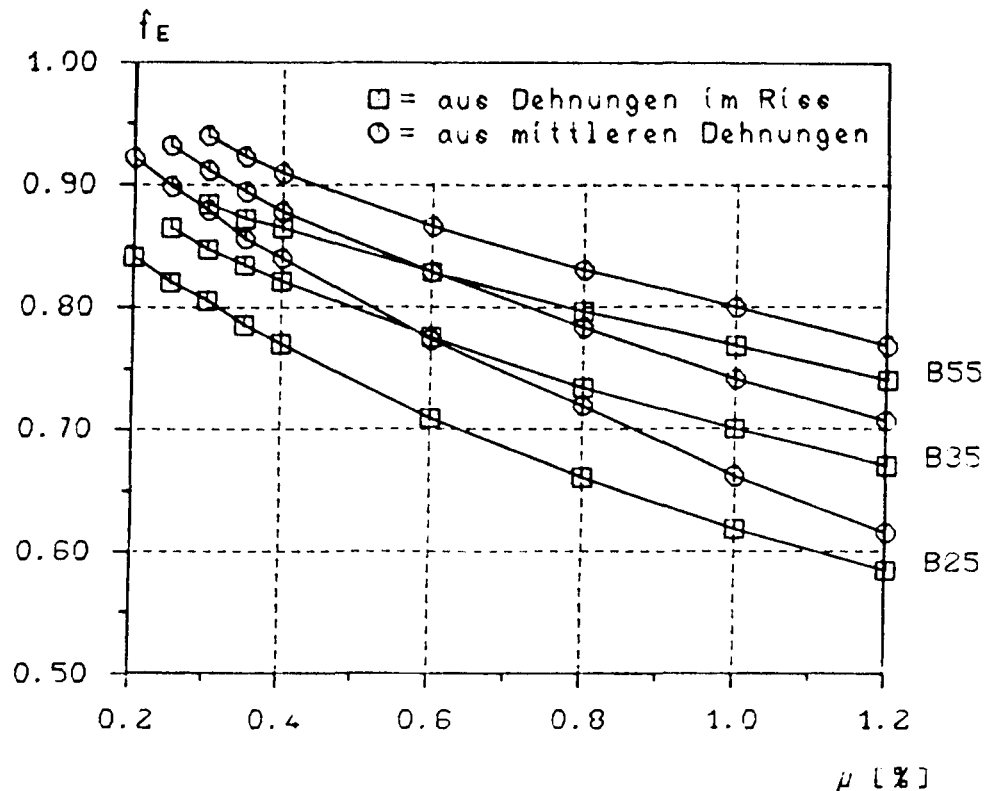


Bild 3.19: $f_E^{(2)}$ - Werte zur dehnungsabhängigen Bestimmung des E-Moduls im gerissenen Bereich

3.5 Dehnsteifigkeit der Treppenläufe

3.5.1 Berechnung der Dehnsteifigkeit

Die vorab erläuterten Rechenansätze und Materialgesetze wurden in einem Rechenprogramm zusammengefaßt, mit dem die Dehnsteifigkeiten für die gesamte Bauteillänge bestimmt wurden und mit dem auch der Einfluß aller wesentlichen Parameter untersucht werden konnte. Einen Programmablaufplan und ein Beispiel für die tabellarische Ausgabe der Ergebnisse enthält Anlage A 1. Die als Eingabewerte benötigten Dehnungszustände für die Erstrißschnittgrößen und die maximalen Schnittgrößen unter Gebrauchslast wurden in einer Querschnittsanalyse mit dem Programm PBMQ /34/ vorab ermittelt. Aus dem Ergebnisdatensatz dieser Vorberechnung konnten auch die erforderlichen Angaben zur Geometrie und zu den Werkstoffen als Eingabewerte unmittelbar eingelesen werden.

3.5.2 Darstellung der Dehnsteifigkeit

Die Dehnsteifigkeit der Treppenläufe wird in die Berechnung von Treppen nach dem Ersatzsystem des Bildes 2.3 als Federsteifigkeit für die entlang der Knicklinien anzuordnenden Dehnfedern eingeführt, um die Stützung des Podestrandes zutreffend nachzubilden. Da die Schnittgrößenverteilung und somit auch die Bewehrung der Treppenläufe vorab sehr einfach abgeschätzt werden kann, wird der Zugbewehrungsgrad μ der Treppenläufe als Eingangsparameter zur Bestimmung der Dehnsteifigkeit festgelegt. Dabei wird dem jeweiligen Bewehrungsgrad gerade die größte nach DIN 1045 zulässige Schnittgrößenkombination zugeordnet. In aller Regel kann die Dehnsteifigkeit damit bereits vor der statisch unbestimmten Berechnung so zutreffend angegeben werden, daß Korrekturen des Ausgangswertes nach einer genaueren Schnittgrößenbestimmung vermieden werden. Nachdem Vorberechnungen ergeben hatten, daß Verhältnisse $N/M < 2,0$ bei Treppen nicht zu erwarten sind, die Normalkraftbeanspruchung also vergleichsweise gering bleibt, wurden die Dehnsteifigkeiten zunächst für ausschließlich biegebeanspruchte Stäbe bestimmt. Die Normalkraft muß somit wie auch andere zu berücksichtigende Einflüsse über die im folgenden Abschnitt zu ermittelten Einflußfaktoren gesondert erfaßt werden.

In den Bildern 3.21 bis 3.24 sind die für einen Bauteilabschnitt mit 1 m Länge und 1 m Breite errechneten Dehnsteifigkeiten bezogen auf den zu $C_0 = E_{b0} \cdot A_b$ ermittelten Wert des reinen Betonquerschnittes dargestellt. Eine zusammenfassende Übersicht der in dieser Arbeit unterstellten Randbedingungen vermittelt Bild 3.20.

Für die Erfassung der Dehnsteifigkeiten innerhalb programmgesteuerter Berechnungen wurde der Verlauf der errechneten Werte jeweils ab dem Bewehrungsgrad, der den Beginn der Rißbildung kennzeichnet, durch Kurven angenähert, die mit einer einfachen Funktion zu beschreiben sind. Gewählt wurden Hyperbelfunktionen des Typs

$$y = 1/(a + b \cdot x) + dy.$$

Die zugehörigen Koeffizienten wurden in einer Regressionsanalyse bestimmt /2/. Sie sind mit Angabe des Geltungsbereichs der Kurven in Anlage A 2 zusammengestellt.

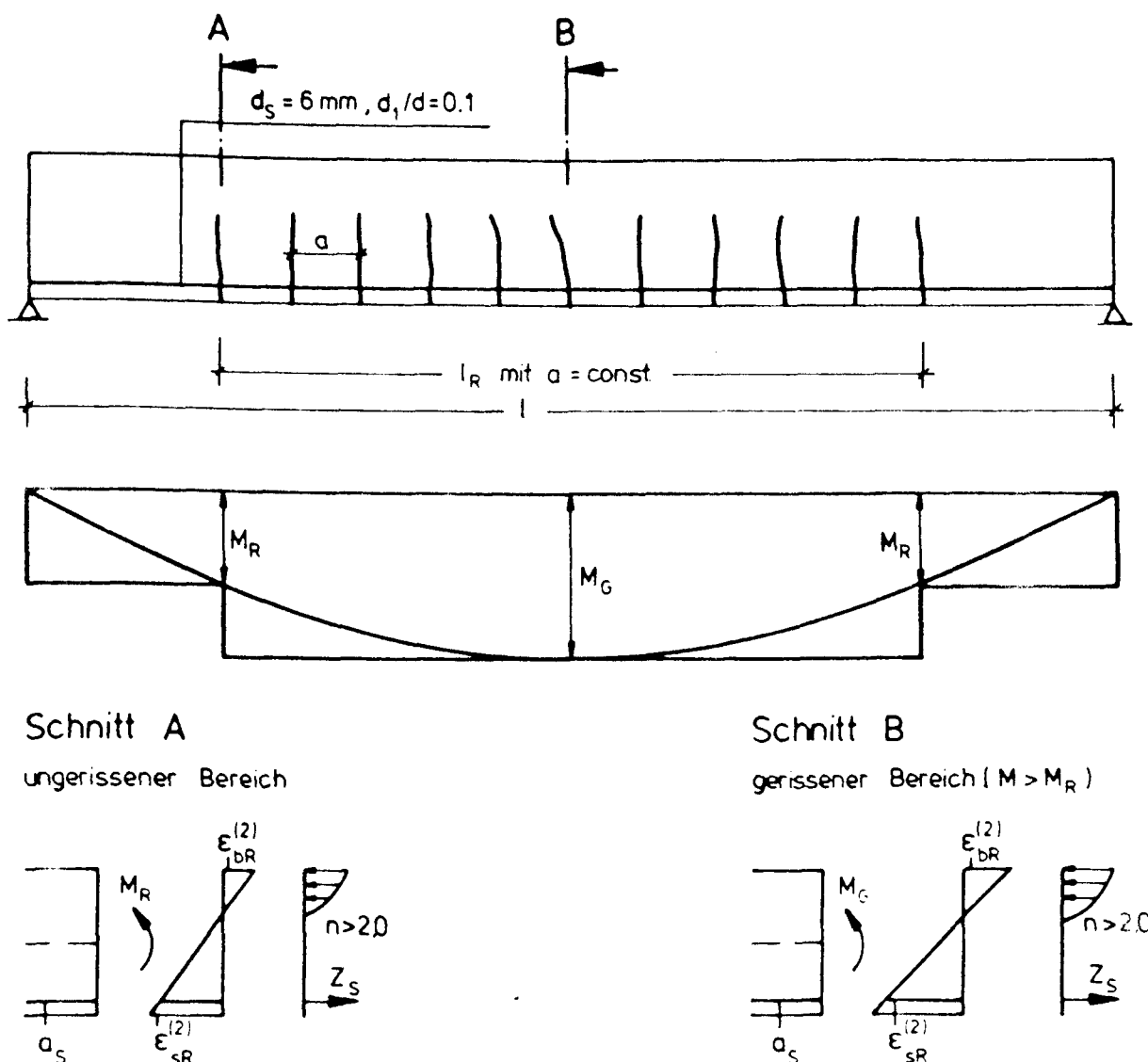


Bild 3.20: Übersicht zu den wichtigsten für die Dehnsteifigkeitsermittlung berücksichtigten Randbedingungen

In Anlage A 3 sind die Dehnsteifigkeitsverläufe ohne Angabe der Rechenwerte zur besseren Übersichtlichkeit nochmals aufgetragen. Die Dehnsteifigkeit K_D einer biegebeanspruchten einachsigen Rechteckplatte mit der Länge l folgt daraus zu:

$$K_D = \frac{C}{C_0} \cdot E_{b0} \cdot A_b \cdot \frac{1}{l} \quad (3.30)$$

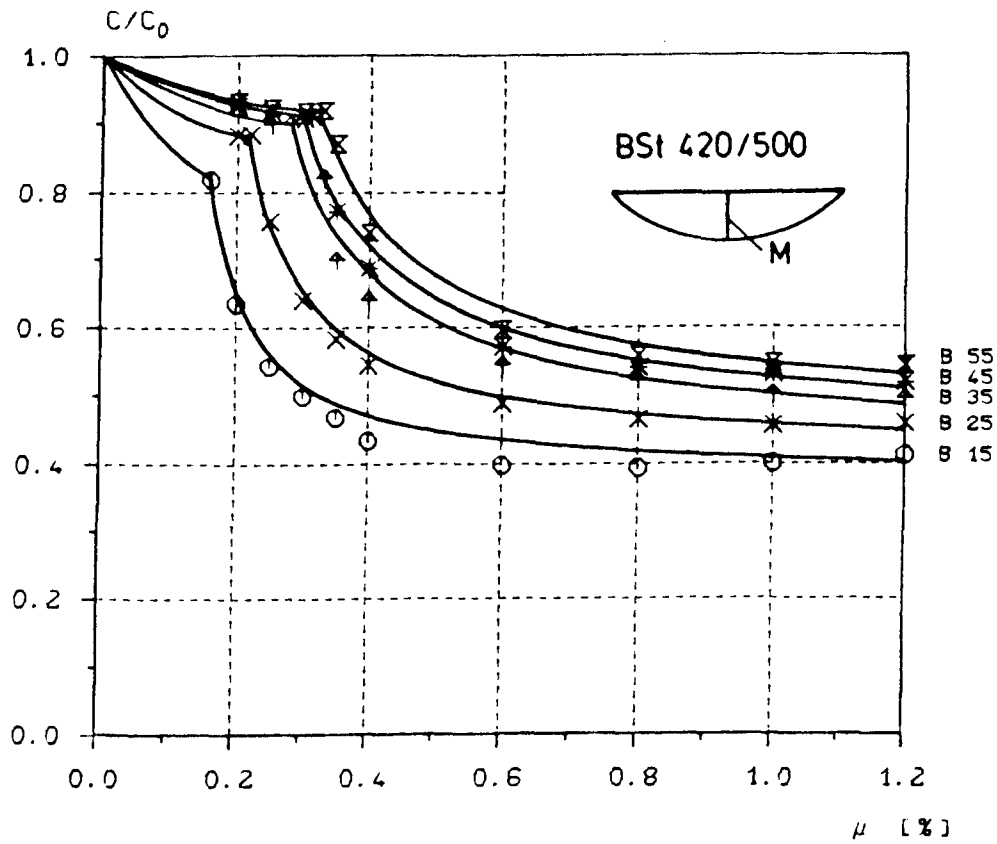


Bild 3.21: Bezogene Dehnsteifigkeiten für zweiseitig gelenkige Lagerung und BST 420/500

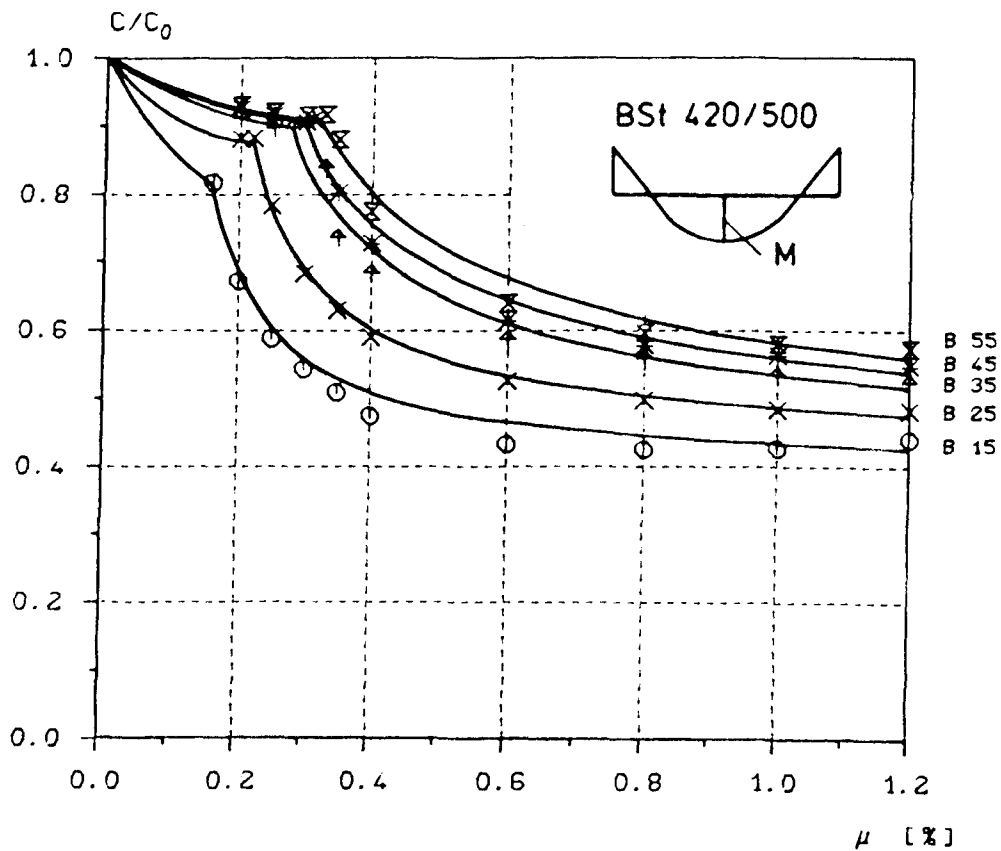


Bild 3.22: Bezogene Dehnsteifigkeiten für beidseitig eingespannte Lagerung und BST 420/500

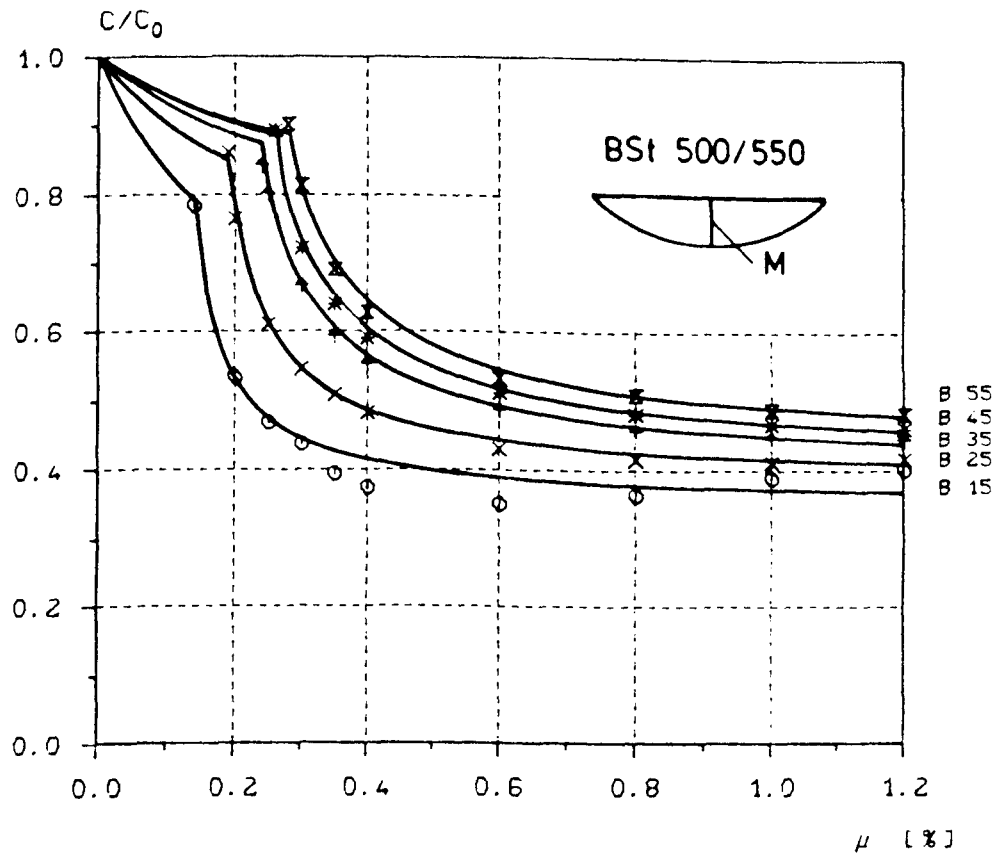


Bild 3.23: Bezogene Dehnsteifigkeiten für zweiseitig gelenkige Lagerung und BST 500/550

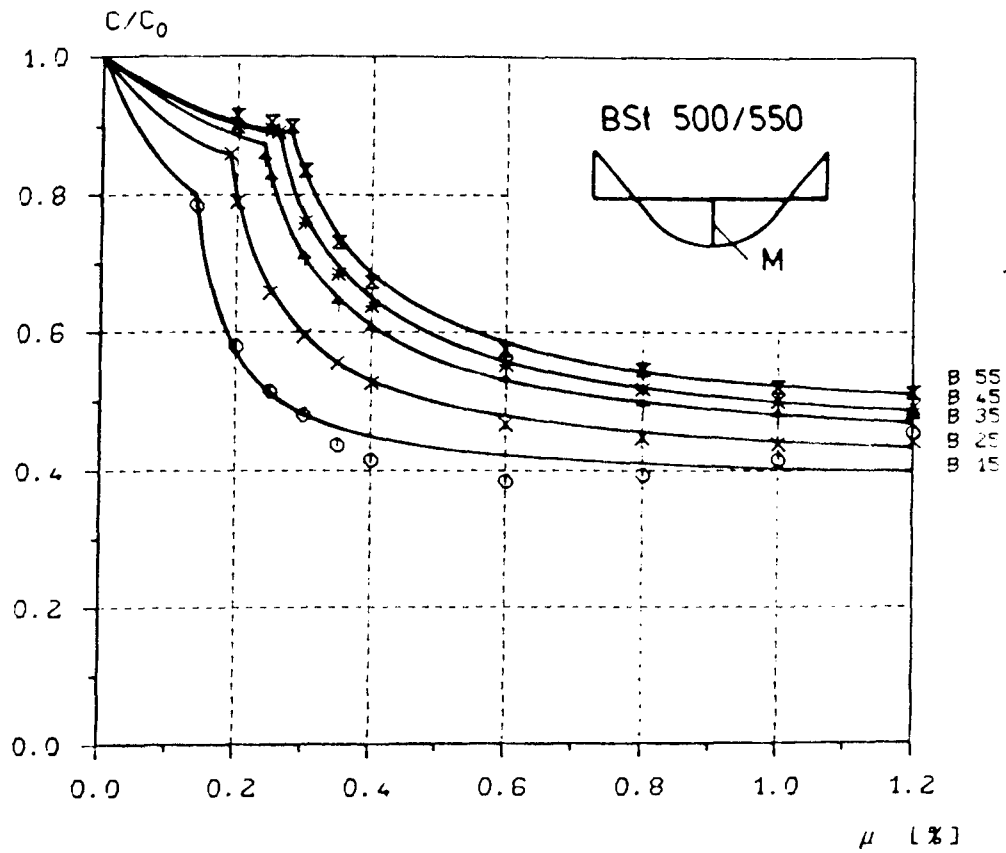


Bild 3.24: Bezogene Dehnsteifigkeiten für beidseitig eingespannte Lagerung und BST 500/550

4 Einfluß verschiedener Parameter

4.1 Übersicht

Die Steifigkeiten von Stahlbetonbauteilen werden durch multifaktoriale Zusammenhänge bestimmt, die nur mit umfassender Kenntnis der Einflüsse aus den verschiedenen Parametern wirklichkeitsnah erfaßt werden können. Diese Parameter beschreiben Variationen der Geometrie, der Baustoffgüten, der Last und nicht zuletzt des zeitabhängigen Verhaltens. Folgende Einflußgrößen sind mit der in den Bildern 3.21 - 3.24 gewählten Darstellung bereits berücksichtigt:

- Bewehrungsgrad der Zugbewehrung
- Stahlgüte
- Betongüte
- Verlauf der Biegemomente

Nachfolgend sei zunächst auf die Parameter ergänzend hingewiesen, deren Variation im Rahmen dieser Arbeit entbehrlich erschien, weil sie die Steifigkeiten der hier betrachteten Treppenhänge nur wenig beeinflussen oder weil ihre Auswirkung mit den bereits vorliegenden Ergebnissen einfach abgeschätzt werden kann:

- Oberflächenbeschaffenheit der Bewehrung
Für heute gebräuchliche Stähle sind hinsichtlich der Oberflächenbeschaffenheit nur geringe Abweichungen zu erwarten.
- Verbundeigenschaften der Bewehrung
Die zum Verbundverhalten getroffenen Annahmen wurden nicht variiert.
- Querschnittsform
Die Untersuchungen dieser Arbeit werden auf die in der Baupraxis bei Faltwerken überwiegende Rechteckform beschränkt.
- Spannungsdehnungslinie des Betons
Die geringe Beanspruchung der Betondruckzone macht eine Untersuchung verschiedener SDL entbehrlich. Eine Abschätzung

des Einflusses ist näherungsweise über einen Vergleich mit anderen Betongüten möglich.

- Betonzugfestigkeit

Der Ansatz der Biegezugfestigkeit β_{BZ} beeinflusst die ermittelten Dehnsteifigkeiten über die Größe des nach Gl. (3.5) festzulegenden Rißmomentes M_R , das die Länge der als ungerissen anzunehmenden Bauteilabschnitte (Bild 3.4) bestimmt. Zur Beschreibung der Rißentwicklung interessiert darüberhinaus die Verteilung der Betonzugfestigkeit. Die in dieser Arbeit verwendeten Werte wurden daher aus einer umfassenden Zusammenstellung ermittelt (siehe Tabelle 3.2). Damit können auch Änderungen der absoluten Betonzugfestigkeitsgröße gegenüber den Werten nach Tabelle 3.2 wiederum aus einem Vergleich mit den Ergebnissen anderer Betongüten näherungsweise abgeschätzt werden. Den Einfluß eines geänderten Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeitsverteilung auf die Rißentwicklung veranschaulicht Bild 4.1.

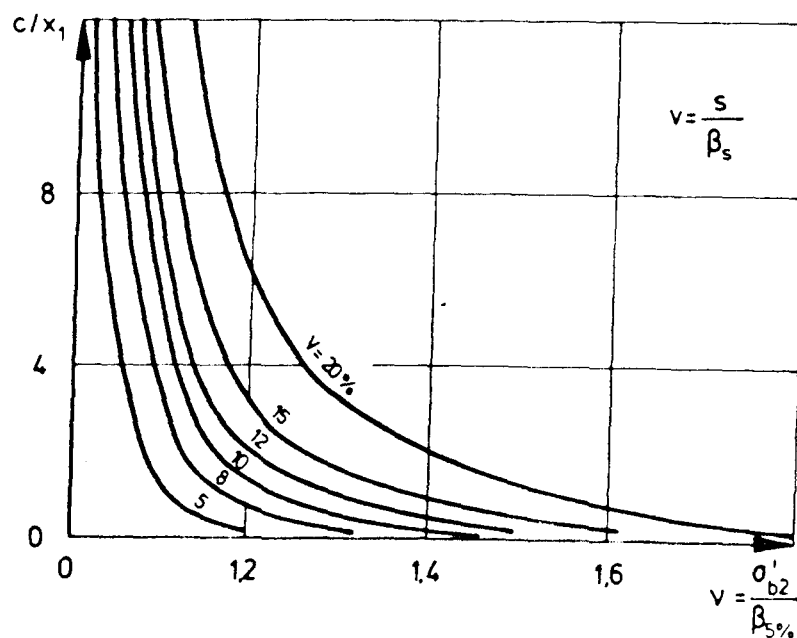


Bild 4.1: Einfluß des Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit auf die Rißentwicklung nach /51/

Die Wahl der bisher genannten Parameter erfolgte aufgrund begründeter Annahmen oder wurde zur sicheren Seite hin abgeschätzt und in die Dehnsteifigkeitsermittlung eingeführt. Die Notwendigkeit einer Veränderung oder Anpassung der gewählten

Ansätze wird daher einzelnen Sonderfällen vorbehalten bleiben. Ausführlichere Untersuchungen erschienen dagegen für solche Parameter unabdingbar, die im Rahmen der Berechnung und Bemessung gezielt verändert werden oder bei denen die Erfassung und Anpassung im Einzelfall wirklichkeitsnähere Ergebnisse erwarten läßt. Nachfolgend werden die wichtigsten Einflüsse dieser veränderlichen Faktoren aufgezeigt, um ihre Auswirkung abschätzen zu können und die Berücksichtigung abweichender Randbedingungen zu ermöglichen.

Für alle Untersuchungen dieses Abschnittes wurde ebenso wie für die Ableitung der Dehnsteifigkeiten in den Bildern 3.21 - 3.24 eine Querschnittsdicke von $d = 16$ cm unterstellt. Bild 4.2 zeigt, daß die Abweichungen von den für $d = 16$ cm errechneten bezogenen Dehnsteifigkeiten für hier interessierende Plattendicken zwischen $d = 12$ cm und $d = 20$ cm gering sind und 3 % nicht überschreiten. Die in Abschnitt 3.5 mitgeteilten bezogenen Größen C/C_0 können daher für alle bei Treppen zu erwartenden Plattendicken angenommen werden.

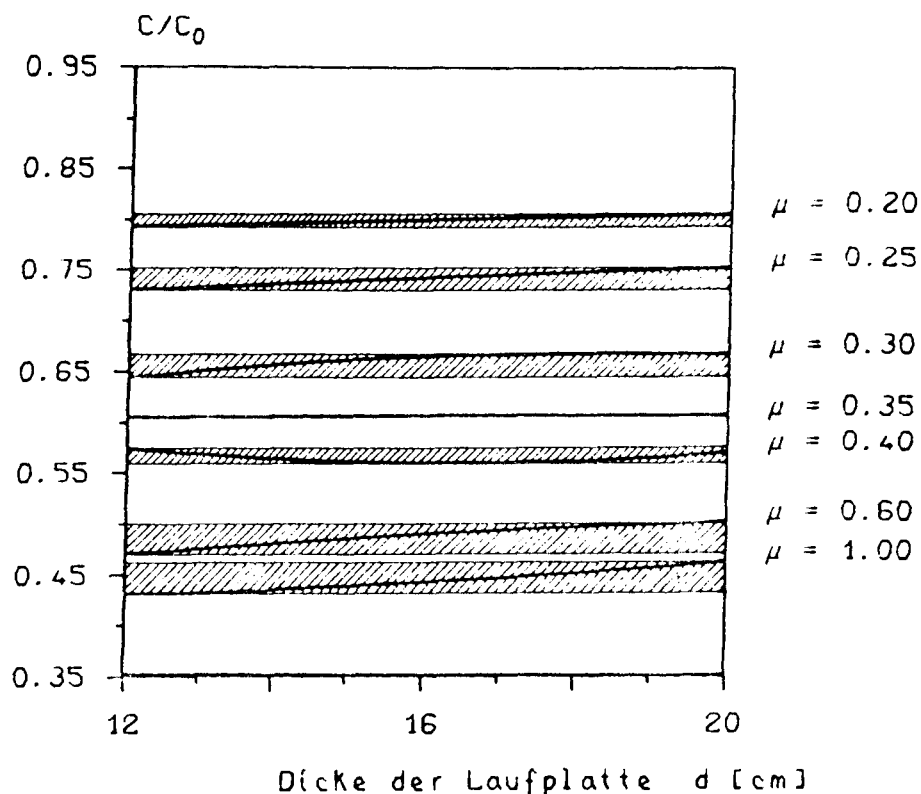


Bild 4.2: Einfluß der Plattendicke d auf die bezogene Dehnsteifigkeit

4.2 Einfluß der Normalkraft, N/M Kombinationen

Das in Abschnitt 3.4 erläuterte Verfahren erlaubt die Berechnung der Dehnsteifigkeit eines mit Biegung und Längskraft beanspruchten Bauteiles, dessen Querschnitte Dehnungsgradienten mit wechselnden Vorzeichen aufweisen. Dies ist bei den für Treppen zu berücksichtigenden N/M Verhältnissen, die mit den geltenden Lastannahmen und üblichen Abmessungsverhältnissen zuverlässig abgeschätzt werden konnten, stets der Fall. Gegenüber der Dehnsteifigkeit ausschließlich biegebeanspruchter Bauteile ergeben sich durch Hinzufügen einer Normalkraft neben geänderten Rißmomenten vor allem auch Dehnungsänderungen im Rißquerschnitt. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Vergleichsberechnungen mit N/M-Verhältnissen von -3,0 bis +4,0 durchgeführt. Dabei wurden die betrachteten N/M-Verhältnisse derart festgelegt, daß einer vorgegebenen Normalkraft N das für den jeweiligen Bewehrungsgrad mögliche größte Biegemoment M_G unter Gebrauchslast zugeordnet wurde. Die einem Bewehrungsgrad μ zugehörigen Biegemomente sind demzufolge im Vergleich zu einem nur biegebeanspruchten Querschnitt größer für $N < 0$ (Druck) und kleiner für $N > 0$ (Zug). Bei allen untersuchten N/M - Kombinationen, mit denen die bei Treppen möglichen Verhältnisse erfaßt wurden, änderte sich die Dehnung ϵ_s der hier die Traglast bestimmenden Bewehrung nicht. Auch die Verbundbeanspruchung der Scheibe zwischen den Rissen blieb somit konstant.

Die für Biegung mit Längskraft errechneten Dehnsteifigkeiten wurden danach jeweils bezogen auf die im Abschnitt 3.5 für $N = 0$ bestimmten Dehnsteifigkeiten in Bild 4.3 aufgetragen. Es zeigt sich, daß Druckkräfte die Dehnsteifigkeit in der Regel erhöhen, während Zugkräfte eine Abminderung bewirken. Dies ist vor allem auf die normalkraftbedingte Änderung der Abschnittslänge zurückzuführen, die bei dem betrachteten Bauteil als ungerissen anzunehmen ist. Ein gegenläufiger, allerdings geringerer Einfluß entsteht aus der Veränderung des E-Moduls für den Beton. Eine gleichzeitig zur Biegebeanspruchung wirkende Längsdruckkraft verringert den E-Modul, während eine Zugkraft kleinere Stauchungen in der Druckzone und somit einen größeren E-Modul ergibt. Der in Bild 4.3 erkennbare Streubereich ergibt

sich aus diesen gegenläufigen Einflüssen. Er ist vergleichsweise gering. Die Zusammenfassung der Werte für alle Betongüten und Bewehrungsgrade erscheint daher vertretbar.

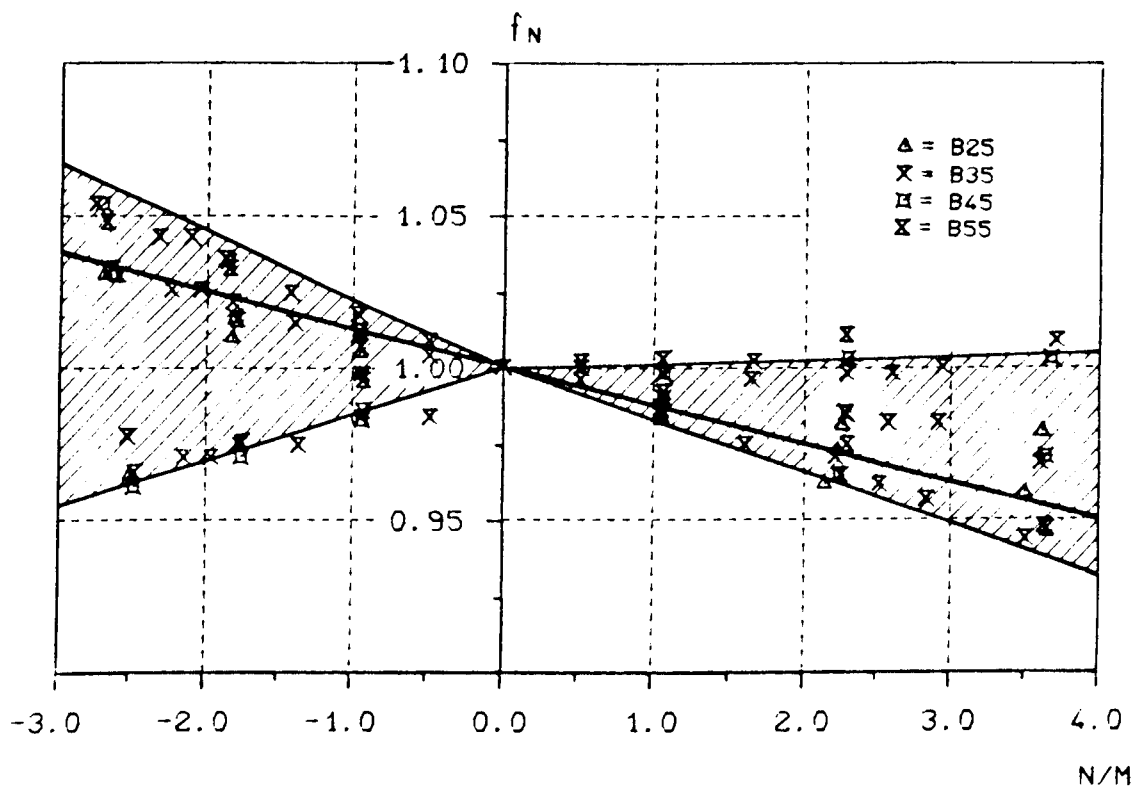


Bild 4.3: Einflußfaktor f_N zur Berücksichtigung einer Normalkraft für Bewehrungsgrade bis $\mu = 1,20 \text{ ‰}$

4.3 Einfluß des Stabdurchmessers der Zugbewehrung

Der Durchmesser d_s der Betonstäbe verändert die Steifigkeiten nur in den gerissenen Bauteilabschnitten. Bei ungerissenen Bauteilen bleibt die Wahl des Durchmessers wegen der Annahme idealen Verbundes dagegen ohne Auswirkungen. Der Einfluß des Stabdurchmessers folgt aus der Veränderung der auf die Querschnittsfläche bezogenen Staboberfläche ("spezifische Oberfläche"), die bei Stäben mit kleinem Durchmesser d_s größer wird. Diese Vergrößerung der Oberfläche erhöht die Verbundwirkung, d.h. die Zugkraft kann auf kürzerer Einleitungslänge x_1 vom Stahl auf den Beton übertragen werden. Die hier gemäß Bild 3.11 angenommene Verbundspannungsverteilung entlang der Einleitungslänge x_1 weist damit bei dünneren Stäben eine größere

Haftspannung und einen steileren Anstieg auf. Die nach Gl. (3.24) zu bestimmenden k_v -Werte werden dementsprechend mit steigendem Durchmesser d_s kleiner und führen damit zu vergrößerten Einleitungslängen x_1 . Da die Einleitungslänge x_1 durch verschieblichen Verbund gekennzeichnet ist und so eine geringere Steifigkeit besitzt als die Bereiche mit ungestörtem Verbund, ergeben größere Stabdurchmesser insbesondere im Bereich fortschreitender Rißbildung größere Steifigkeitsabminderungen, weil das Verhältnis der Stababschnitte mit verschieblichem Verbund zu denen mit unverschieblichem Verbund bei fortschreitender Rißbildung größer wird. Dagegen besteht bei abgeschlossener Rißbildung nur noch verschieblicher Verbund. Der Einfluß des Stabdurchmessers wird dann wieder geringer. Dieser Zusammenhang ist in Bild 4.4 am Beispiel eines Bauteils mit der Betongüte B35 dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, daß der Steifigkeitsabfall infolge Vergrößerung des Stabdurchmessers d_s mit zunehmendem Bewehrungsgrad wieder geringer ausfällt.

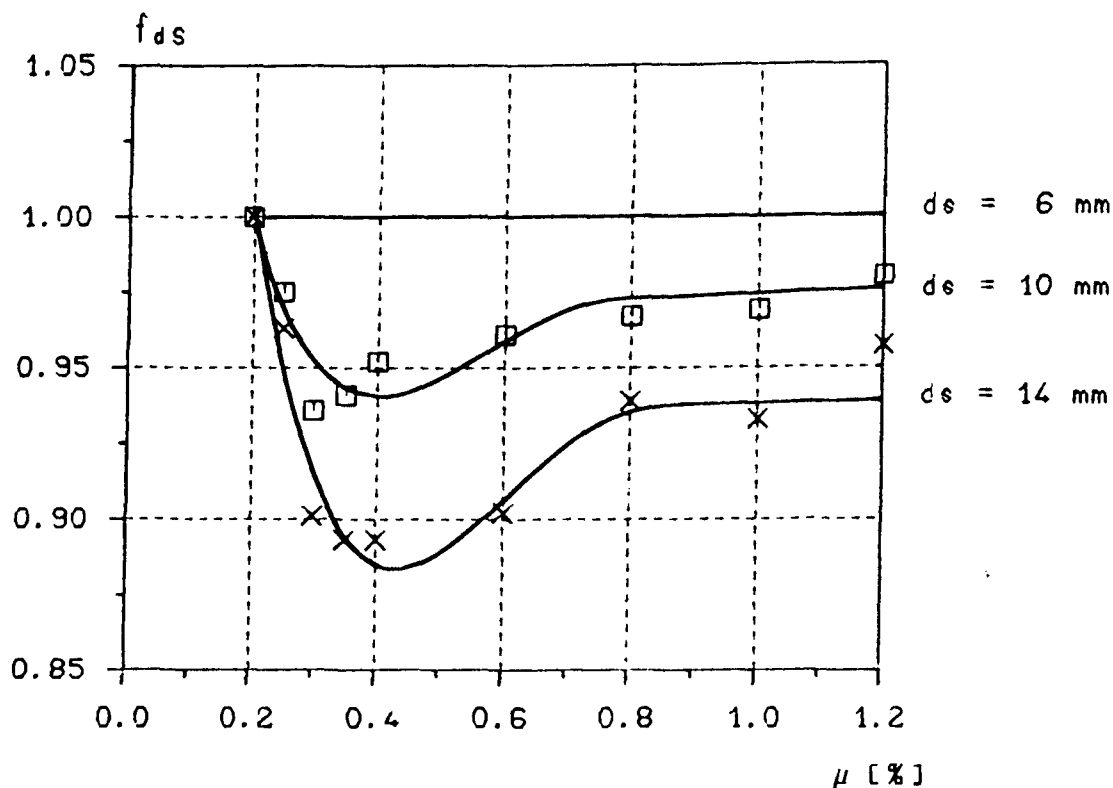


Bild 4.4: Einfluß des Stabdurchmessers d_s auf die Dehnsteifigkeit eines Bauteils mit der Betongüte B35

Da der Bereich fortschreitender Rißbildung für die einzelnen Betongüten von unterschiedlichen Bewehrungsgraden begrenzt wird (siehe Bild 3.17), entstehen Kurvenüberschneidungen, wenn die auf $d_s = 6$ mm bezogene Dehnsteifigkeit für jede Betongüte einzeln angegeben wird. Eine übersichtliche Darstellung dieser Kurven wäre in einem gemeinsamen Diagramm kaum möglich. In Bild 4.5 wurden daher alle Betongüten zur Berechnung einer Ausgleichsgeraden für den jeweiligen Stabdurchmesser d_s zusammengefaßt. Auch der aus dem so entstandenen Diagramm zu entnehmende Abminderungsfaktor f_{ds} ist für die Berücksichtigung größerer Stabdurchmesser im Hinblick auf die getroffenen Vereinfachungen als ausreichend genau anzusehen.

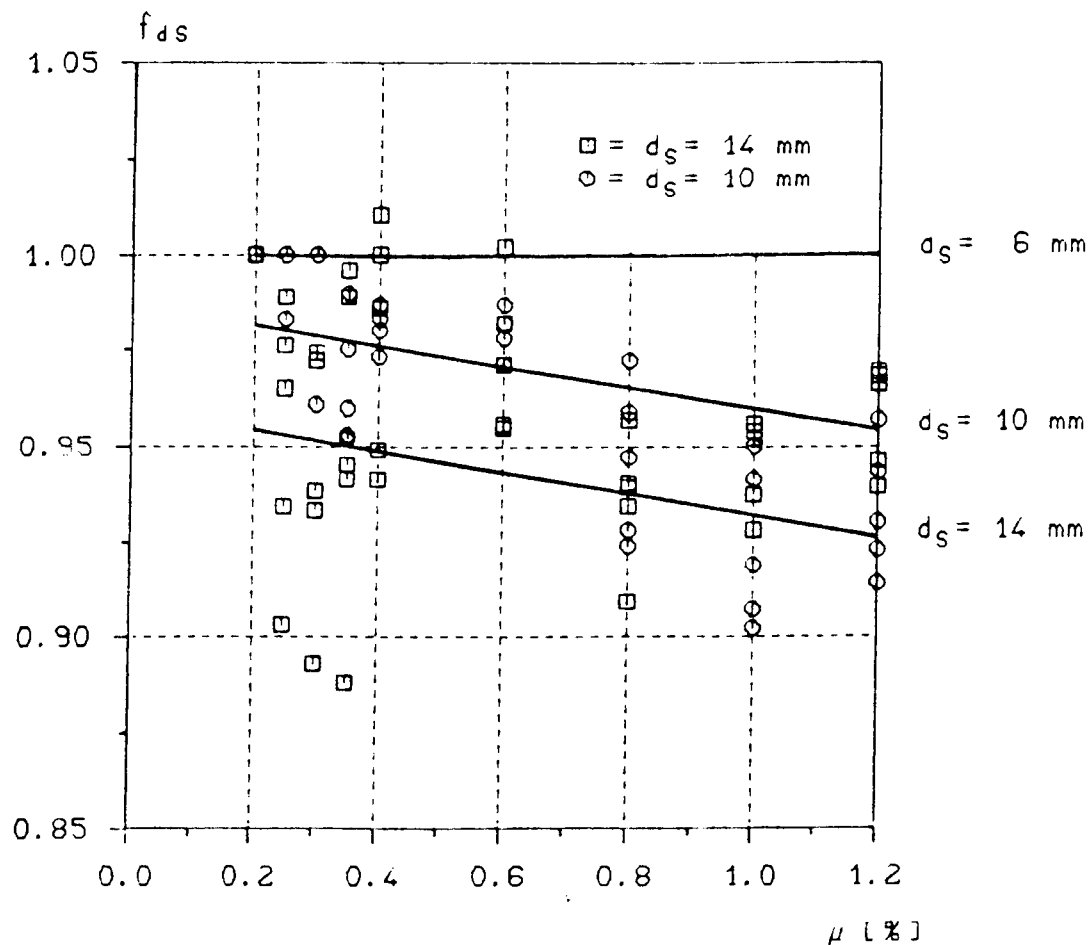


Bild 4.5: Einflußfaktor f_{ds} zur Berücksichtigung unterschiedlicher Stabdurchmesser d_s

4.4 Einfluß der Bewehrungslage

Die Bewehrungslage wird durch das Verhältnis d_1/d beschrieben, das aus dem Schwerpunktabstand d_1 der Bewehrung vom gezogenen Rand und der Querschnittsdicke d bestimmt wird. In Bild 4.6 sind die für Verhältnisse $d_1/d = 0,15$ und $0,20$ errechneten Dehnsteifigkeiten bezogen auf die Werte für $d_1/d = 0,1$ aufgetragen. Es zeigt sich, daß eine Vergrößerung des Randabstandes d_1 der Bewehrung nur bei niedrigen Bewehrungsgraden zwischen $\mu = 0,2 \text{ ‰}$ und $\mu = 0,4 \text{ ‰}$ deutliche Veränderungen der Dehnsteifigkeit hervorruft. Dies ist auf die Abnahme des Hebelarms der inneren Kräfte bei steigendem d_1 zurückzuführen. Damit verringert sich auch das zum jeweiligen Bewehrungsgrad gehörige aufnehmbare Gebrauchslastmoment M_G . Lediglich wenn dieses Gebrauchslastmoment gerade soviel kleiner wird, daß es unter das Erstrißmoment M_R absinkt, wenn also das gesamte Bauteil infolge dieser Abminderung als ungerissen unterstellt werden kann, ergibt sich ein deutlicher Anstieg der rechnerischen Dehnsteifigkeit, der allerdings unmittelbar auf den Erstrißbereich beschränkt bleibt.

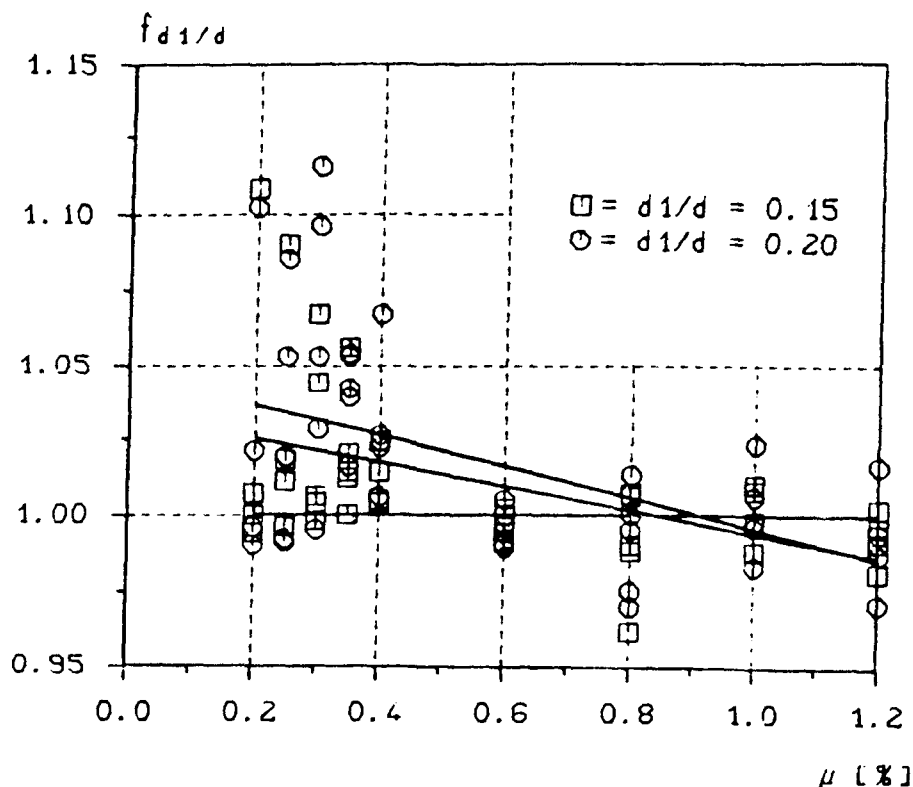


Bild 4.6: Einflußfaktor $f_{d1/d}$ zur Berücksichtigung der Bewehrungslage

Auch die bei höheren Bewehrungsgraden etwa ab $\mu = 0,6 \text{ ‰}$ festzustellende Abnahme der Dehnsteifigkeit ist bedingt durch die Änderung des Hebelarms der inneren Kräfte. Seine Verkleinerung bewirkt eine höhere Ausnutzung der Betondruckzone mit größeren Betonstauchungen. Daraus folgt ein kleinerer E-Modul und somit eine geringere Dehnsteifigkeit.

4.5 Einfluß einer Druckbewehrung, die bei der Bemessung nicht berücksichtigt wurde

Die planmäßige Anordnung einer Druckbewehrung a_{s1} ist unter üblichen Lasten wegen der damit bei Treppenläufen vorherrschenden geringen Ausnutzung der Betondruckzone nur in seltenen Ausnahmen erforderlich. Dagegen ist Druckbewehrung jedoch häufig als Folge konstruktiver Randbedingungen vorhanden. Dies gilt zum Beispiel für die Bereiche an den Knicklinien, bei monolithischer Verbindung von Lauf und Podest. Die bis in die Podestplatten weitergeführte Feldbewehrung aus den Laufmitten ist hier als Druckbewehrung anzusehen weil die Biegezugbewehrung wegen der Einspannung an der Plattenoberseite liegt.

Diese Druckbewehrung a_{s1} wird in der Regel bei der Bemessung vernachlässigt. Zur Ermittlung der Dehnsteifigkeit ist ihre Erfassung jedoch insofern von Interesse, als sie die Betonstauchungen in der Betondruckzone verringert und damit den wirksamen E-Modul erhöht. Die solcherart entstehende Erhöhung der Dehnsteifigkeit wird wesentlich von der Betongüte und dem Zugbewehrungsgrad, der die Beanspruchungshöhe charakterisiert, bestimmt. Während der Einfluß einer Druckbewehrung bei höheren Betongüten sinkt, steigt er mit wachsendem Bewehrungsgrad. In Bild 4.7 ist diese Veränderung der Dehnsteifigkeit K_D aufgetragen. Da der Einfluß der Betongüte geringer ist als der des Bewehrungsgrades, wurden die Kurven jeweils als Mittelwert aller Betongüten angegeben. Dabei wurde für die Lage der Druckbewehrung a_{s1} auf der sicheren Seite liegend der größte hier betrachtete Randabstand im Verhältnis zur Querschnittsdicke von $d_1/d = 0,2$ unterstellt. Die errechneten Werte konnten auf die Dehnsteifigkeiten ohne Druckbewehrung nach Abschnitt 3.5 bezogen werden, da die so verglichenen Dehnsteifigkeiten wegen

Vernachlässigung der Druckbewehrung bei der Bemessung für gleiches Beanspruchungsniveau ermittelt wurden.

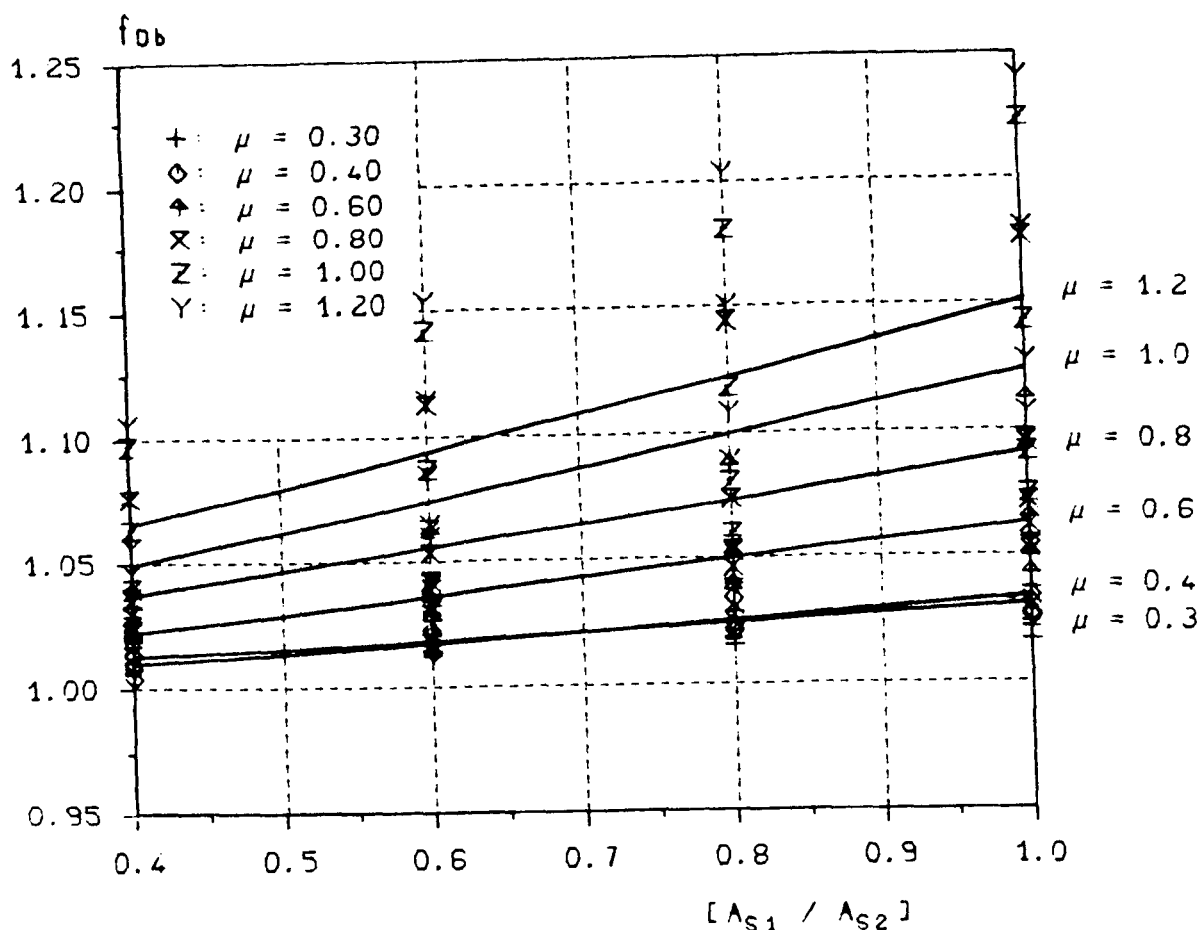


Bild 4.7: Einflußfaktor f_{Db} zur Berücksichtigung einer bei der Bemessung nicht berücksichtigten Druckbewehrung

4.6 Zeitabhängige Einflüsse aus Kriechen und Schwinden

4.6.1 Ansatz zur rechnerischen Erfassung

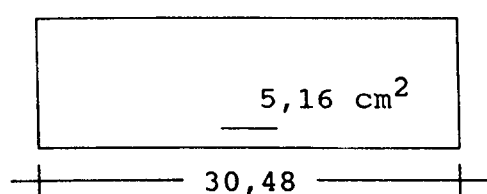
Rechnerische Ansätze zur Erfassung der Kriechauswirkungen wurden in verschiedenen Arbeiten, mit Annahme der Gültigkeit des Superpositionsgesetzes (Proportionalität zwischen Kriechen und Betonspannung) abgeleitet /44/. Für Querschnittsberechnungen mit nichtlinearer Beziehung zwischen der Betonspannung und -dehnung, wie sie der Dehnsteifigkeitsermittlung in Abschnitt 3 zugrunde gelegt werden, schlägt Quast /34/ eine Streckung der SDL des Betons vor. Dies entspricht einer Abminderung des Elastizitätsmoduls E_b und ergab mit einer quadratischen Abhängig-

keit des Verhältnisses aus kriecherzeugendem Moment M_{ϕ} und Bruchmoment M_u nach Gl. (4.1) eine gute Übereinstimmung zu Langzeitversuchen an Stahlbetonstützen.

$$\epsilon_{b,S\phi} = \epsilon_{b,S} \cdot \left[1 + \left(\frac{M_{\phi}}{M_u} \right)^2 \cdot \phi(t) \right] \quad (4.1)$$

In der vorliegenden Arbeit wird diese Gleichung zur Abschätzung von Steifigkeitsabminderungen infolge Kriechen herangezogen. Im Hinblick darauf wird hier untersucht, ob die Übereinstimmung der mit Gl. (4.1) rechnerisch bestimmten Kriechdehnungen auch gegenüber Versuchsergebnissen besteht, die an Stahlbetonplatten ermittelt wurden.

Querschnitt, $d = 12,70 \text{ cm}$, $h = 10,16 \text{ cm}$



Portlandzement
Temperatur: 70- 85 F = 21,1°- 29,4°C
relative Luftfeuchtigkeit: 20 - 80 %
Stahlgüte: BSt 358/559

Alter Tage	$\epsilon_{b,S\phi}$ mm/m	E-Modul [MN/m²]	β_R	n [—]
28	2,94	20700	20,6	2,01
100	4,73	21000	23,1	1,82
300	5,90	21600	23,1	1,87
600	6,76	22700	23,7	1,92
913	6,90	23730	23,7	2,00

Tabelle 4.1: Querschnitt und mittlere Materialkennwerte der Versuchskörper C3 und C6 aus /52/

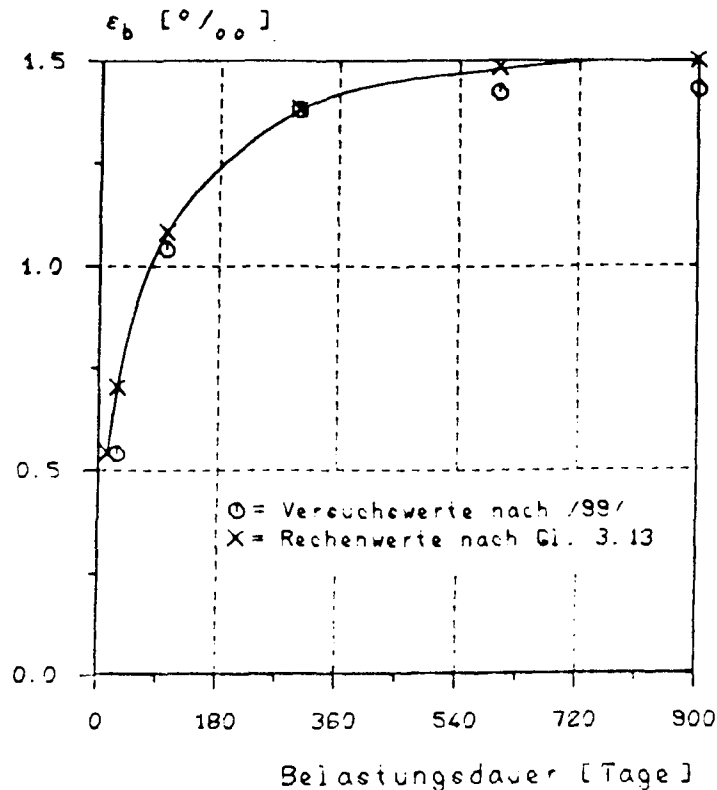


Bild 4.8: Vergleich der rechnerisch nach Gl. (3.13) ermittelten Betonstauchungen mit Versuchswerten aus /52/

Zur Überprüfung mußte auf Ergebnisse zurückgegriffen werden, die von Washa/Fluck /52/ bereits 1952 an einfeldrigen Plattenstreifen bestimmt wurden (siehe Tabelle 4.1). In Bild 4.8 sind die im Versuch gemessenen Betonstauchungen den Werten gegenübergestellt, die mit einer nach Gl. (4.1) gestreckten SDL errechnet wurden. Es zeigt sich, daß die zeitabhängigen Stauchungsänderungen in der Biegedruckzone mit Gl. (4.1) auch bei Platten zutreffend erfaßt werden.

4.6.2 Veränderung der Dehnsteifigkeit

Die Schnittgrößenverteilung der statisch unbestimmten Treppen ändert sich nur, wenn die Podeste und Läufe bei unterschiedlichen Herstellungszeitpunkten oder geänderter Rezeptur und Güte des Betons abweichende Kriechverläufe aufweisen. Dies erscheint in Einzelfällen möglich. Auch wenn auf die Läufe - etwa durch aufgelegte Stufenkeile - eine höhere Dauerlast einwirkt als auf die Podeste, beeinflußt Kriechen die Schnittgrößenverteilung von Treppen. Im Rahmen der Dehnsteifigkeitsermittlung nach Abschnitt 3.5 werden die Kriechauswirkungen mit Gl. (4.1) bei der Berechnung der Dehnungszustände über

eine Abminderung des E-Moduls berücksichtigt. Wegen des auf Sonderfälle beschränkten Einflusses und der Vielzahl möglicher Randbedingungen wird diese Näherung hier als ausreichend angesehen.

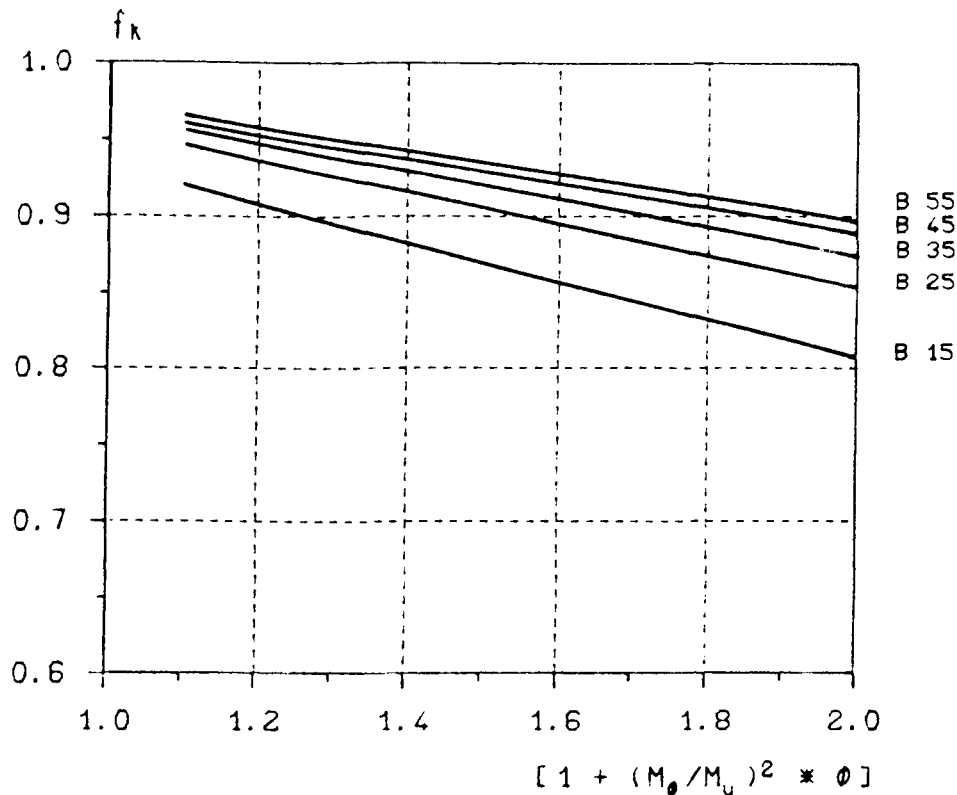


Bild 4.8: Einflußfaktor f_k zur Berücksichtigung des Kriechens für Bewehrungsgrade $\mu = 0,2 \text{ ‰}$ bis $\mu = 1,20 \text{ ‰}$

Die Abschätzung des Kriecheinflusses kann nach Bild 4.8 erfolgen. Darin sind die mit der nach Gl. (4.1) gestreckten SDL ($\epsilon_{bS} > 2,0 \text{ ‰}$) berechneten Dehnsteifigkeiten für alle Betongüten, bezogen auf die mit $\epsilon_{bS} = 2,0 \text{ ‰}$ errechneten Dehnsteifigkeiten, als Ausgleichsgeraden dargestellt. Zur Ermittlung dieser Ausgleichsgeraden wurden für jede Betongüte Bewehrungsgrade von $\mu = 0,2 \text{ ‰}$ bis $\mu = 1,2 \text{ ‰}$ berücksichtigt. Die dabei zu einer Betongüte gehörige Variationsbreite, die aus den unterschiedlichen Beanspruchungen der Bewehrungsgrade folgt, wird darüberhinaus in Bild 4.9 für die Betongüte B35 beispielhaft verdeutlicht.

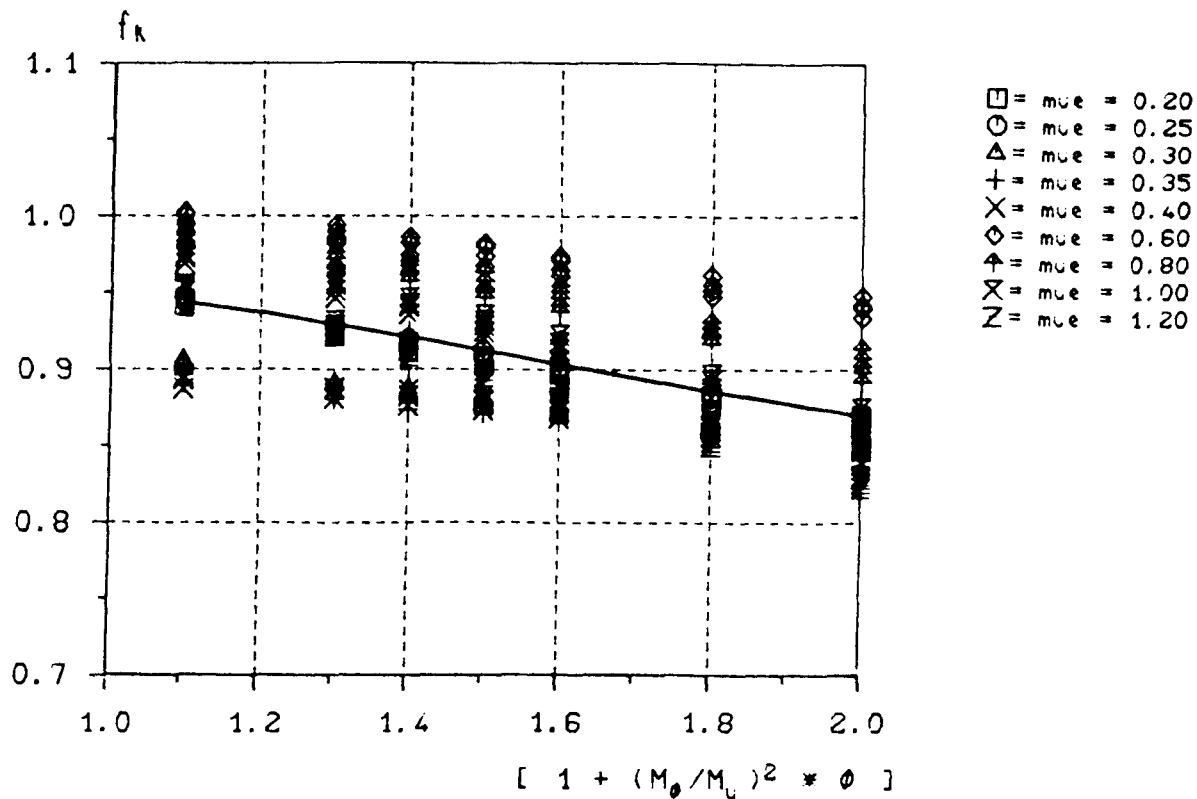


Bild 4.9: Streuung des Einflußfaktors f_k für verschiedene Bewehrungsgrade bei Beton B35

Auch der Schwindeinfluß wird zur Dehnsteifigkeitsbestimmung bereits bei der Dehnungsermittlung für das Erstrißmoment M_R und das größte Gebrauchslastmoment M_G als gleichmäßige Schwinddehnung berücksichtigt. Dadurch vergrößert sich im Rißquerschnitt vor allem die Betonstauchung ϵ_b während die Stahldehnung ϵ_s nur geringfügig verändert wird. Der Einfluß auf die Dehnsteifigkeit ist in Bild 4.10 für zwei Schwinddehnungen und die Betongüten B15, B35 und B55 aufgetragen. Dabei wurden jeweils nur die Bewehrungsgrade untersucht, bei denen das zugehörige Gebrauchslastmoment größer als das Erstrißmoment ist. So konnte unterstellt werden, daß bereits aus der Lastwirkung Risse vorhanden sind, deren Anzahl durch das Schwinden nicht verändert wird. Bei ungerissenen Bauteilen könnte der Schwindeinfluß dagegen zum Entstehen neuer Risse führen. Solcherart bedingte Steifigkeitsabminderungen können jedoch mit dem hier abgeleiteten Verfahren nicht erfaßt werden.

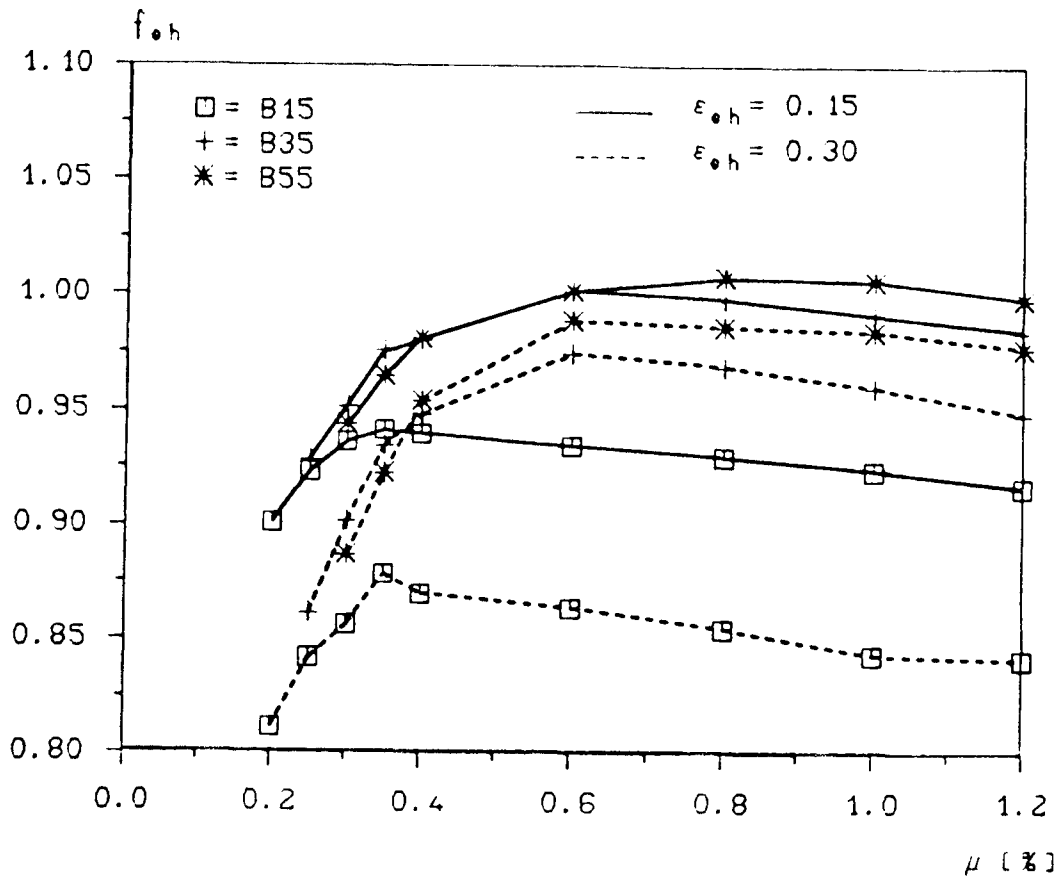


Bild 4.10: Änderung der Dehnsteifigkeit infolge Schwinden

Bild 4.10 zeigt, daß sich für Beton B15 und bei niedrigen Bewehrungsgraden auch für die anderen Betongüten etwa bis $\mu = 0,4 \text{ ‰}$ größere Steifigkeitsabnahmen einstellen. Diese sind auf die Abnahme des wirksamen Elastizitätsmoduls zurückzuführen und ergeben bei niedrigen Betongüten wegen der höheren Ausnutzung der Betondruckzone größere Abminderungen. Bei geringem Bewehrungsgehalt ist die Abminderung für alle Betongüten ausgeprägter, weil hier der Anteil der vorgegebenen Schwinddehnung an der Gesamtstauchung der Betondruckzone größer ist als bei hohen Bewehrungsgraden.

4.7 Zusammenwirken mehrerer Parameter

Bei den vorab durchgeführten Untersuchungen wurde vorausgesetzt, daß der jeweils betrachtete Parameter allein wirksam ist. Tatsächlich werden jedoch innerhalb eines Bauteiles in der Regel mehrere Einflüsse zusammentreffen. Da die Auswirkungen auf die Dehnsteifigkeit keineswegs linearen Gesetzmäßigkeiten unterliegen, sondern wie erwähnt multifaktoral beein-

flußt sind, ist der Frage nachzugehen, wie die aus den Bildern 4.3 bis 4.10 zu entnehmenden Einflußgrößen miteinander zu verknüpfen sind. Dazu wurde die in Tabelle 4.2 enthaltene Übersicht zusammengestellt. Sie zeigt, ob der einzelne Einfluß zu einer Erhöhung oder Verminderung der Dehnsteifigkeit K_D gegenüber den in den Bildern 3.21 bis 3.24 aufgetragenen Werten führt. Daneben sind auch die wichtigsten Einflußursachen der untersuchten Parameter angegeben. Sie verändern die Dehnsteifigkeit K_D vorwiegend über die Abnahme der Verbundfestigkeit, die Ausnutzung der Betondruckzone oder die Länge der als ungerissen bzw. gerissen anzunehmenden Bauteilabschnitte.

Als Ergebnis ist festzuhalten, daß die einzelnen in eine Richtung erhöhend oder abmindernd wirkenden Parameter unterschiedliche Einflußursachen aufweisen. Die gemeinsame Wirkung aus der Kombination mehrerer Parameter verändert daher die Auswirkung des einzelnen Einflusses nur wenig und kann somit in guter Näherung als Produkt der Einzelfaktoren dargestellt werden, die die zu berücksichtigenden Parameter beschreiben. Bild 4.11 verdeutlicht dies am Beispiel eines Bauteils mit Druckbewehrung, das verschiedenen Kriecheinflüssen ausgesetzt wurde. Der steifigkeitserhöhende Einfluß der Druckbewehrung wird durch das Kriechen um ein Maß vermindert, wie es ungefähr auch bei einem Querschnitt ohne Druckbewehrung zu erwarten ist. Es sei jedoch in diesem Zusammenhang darauf hingewiesen, daß diese Beobachtung nicht ohne weiteres auf höhere kriecherzeugende Dauerlasten übertragen werden kann. Der günstige Einfluß einer Druckbewehrung dürfte dann eher zunehmen.

betrachteter Parameter	Hauptursache der Änderung von K_D			Auswirkung des betrachteten Parameters
	Verbund	Stauchung in der Druckzone	Länge des gerissenen Bereiches	
Stabdurchmesser d_s wird größer	x_1 nach Gl.3.12 wird >			Verringerung der Dehnsteifigkeit $K_D >$
Kriechen und Schwinden		Stauchung ϵ_b wird >, E_b wird <		
Wirkung einer Zugkraft			gerissene Länge $l_R >$ s.Bild 3.4	
Druckbewehrung		ϵ_b wird > E_b wird <		Erhöhung der Dehnsteifigkeit, $K_D <$
Wirkung einer Druckkraft			gerissene Länge $l_R <$ s.Bild 3.4	
Randabstand der Bewehrung	Änderung der zugehörigen Beanspruchungshöhe und des Rißabstandes			K_D bleibt nahezu unverändert

Tabelle 4.2: Übersicht zur Auswirkung und zu den wichtigsten Ursachen der untersuchten Dehnsteifigkeitsparameter

Falls die Genauigkeitsforderungen an die Berechnung und die Randbedingungen eine Berücksichtigung der in diesem Abschnitt behandelten Parameter erfordern, kann die Bestimmung der Dehnsteifigkeit nach Gl. (4.2) erfolgen:

$$K_D = f_N \cdot f_{ds} \cdot f_{Db} \cdot f_K \cdot f_{sh} \cdot C/C_0 \cdot E_b \cdot d \cdot 1/s_L \quad (4.2)$$

hierin sind:

- C/C_0 bezogene Dehnsteifigkeit nach Bild 3.20 bis 3.23
- E_b Elastizitätsmodul des Betons
- d Querschnittsdicke des Treppenlaufs
- s_L Länge des Treppenlaufs

Im einzelnen berücksichtigen die Faktoren f folgende Einflüsse:

- f_N Normalkraft, N/M-Kombination, Bild 4.3
- f_{ds} von $d_s = 6$ mm abweichende Stabdurchmesser, Bild 4.4
- f_{Db} bei der Bemessung nicht berücksichtigte Druckbewehrung, Bild 4.7
- f_K Kriechen, Bild 4.8
- f_{sh} Schwinden, Bild 4.10

Um nicht in jedem Einzelfall alle Faktoren ermitteln zu müssen, kann nachfolgend zur Vereinfachung von Gl. (4.2) für die abmindernd wirkenden Einflüsse aus einer Zugkraft, aus einem gegenüber $d_s = 6$ mm vergrößerten Stabdurchmesser sowie aus Kriechen und Schwinden ein globaler Abminderungsbeiwert von $f = 0,8$ für übliche Verhältnisse ($\mu < 1,2 \%$, $\phi \approx 3,0 - 3,5$, $d < 20$ cm, $d_s = 10 - 14$ mm) angegeben werden. Gl. (4.2) vereinfacht sich damit auf der sicheren Seite liegend wie folgt:

$$K_D = 0,8 \cdot C/C_0 \cdot E_b \cdot d \cdot 1/s_L \quad (4.3)$$

Für die Übertragung der nach Gl. (4.2) oder (4.3) berechneten Dehnsteifigkeit K_D auf die Dehnfedern des Ersatzsystems gemäß Bild 2.3 muß noch der Einfluß der Treppenlaufneigung im Hinblick auf die senkrecht angeordneten Ersatzfedern berücksichtigt werden. Darüberhinaus ist auch zu beachten, daß sich die stützenden Spannungsfelder nur in Sonderfällen über eine rechteckige Grundfläche erstrecken. Bild 2.2 verdeutlicht, daß sie bei Einbindung des Laufes in zwei Podeste als dreieckförmig angenommen werden können. Zur Berücksichtigung der Laufneigung und der Form des Spannungsfeldes wird vorgeschlagen, die Ersatzfedersteifigkeit aus der Dehnsteifigkeit nach Gl. (4.2) oder (4.3) wie folgt zu ermitteln:

$$C_{\text{Ersatz}} = K_D \cdot \sin^2 \cdot 0,5 \quad (4.4)$$

Dabei gilt der Faktor 0,5 für dreieckförmige Spannungsfelder gemäß Bild 2.2. Für rechteckige Spannungsfelder wäre entsprechend der Wert 1,0 einzusetzen.

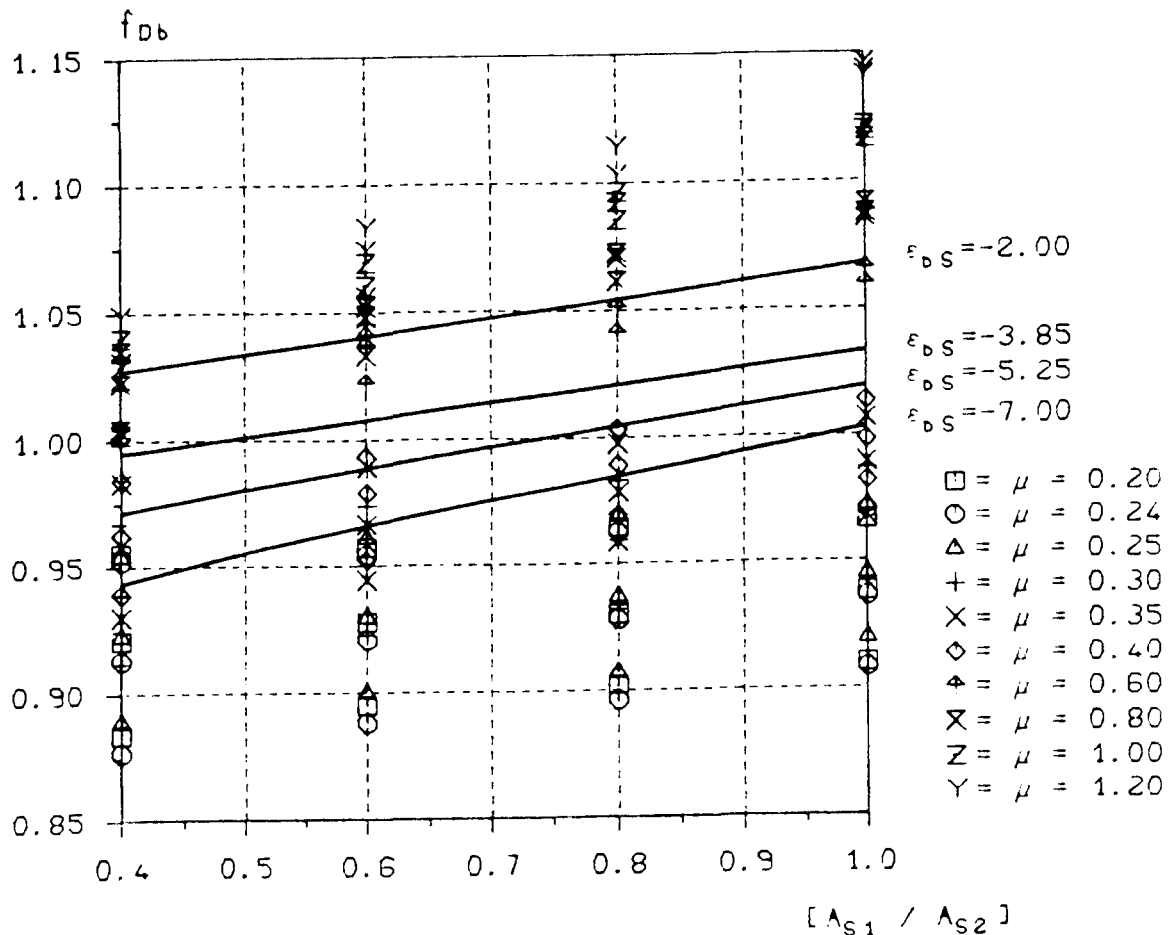


Bild 4.11: Änderung der Dehnsteifigkeit eines Bauteils der Betongüte B 35 mit Druckbewehrung infolge Kriechen

4.8 Einfluß von Podestverformungen und nachgiebigen Auflagerlinien

Wird den Dehnsfedern des Ersatzsystems in Bild 2.3 die nach Gl. (4.4) errechnete Federsteifigkeit zugewiesen, so ist damit lediglich der Verformungsanteil der Läufe für die Nachgiebigkeit an den Knicklinien berücksichtigt. Die Formänderung des Podestes in der Mittelebene wird vernachlässigt. Nachfolgend werden mögliche Einschränkungen für die Anwendung dieser vorwiegend aus den rechnerischen Scheibenspannungsverläufen abgeleiteten Vereinfachung aufgezeigt. Bereits einfache Vergleichsrechnungen an Biegestäben mit entsprechender Steifigkeit belegen, daß die Nachgiebigkeit in der Ebene horizontal gehaltener Podeste, in die jeweils ein nach unten und ein nach oben abgewinkelter Lauf einbindet, immer in vernachlässigba-

rer Größenordnung bleibt. Auf die Darstellung dieser Vergleichsrechnungen kann hier verzichtet werden, weil die rechnerischen Hauptspannungsverläufe in /22,23/ entsprechende Hinweise liefern. Sie verdeutlichen, daß die geringe Formänderung des Podestes parallel zur Mittelebene vor allem auf die entgegengesetzte Richtung der Scheibenbeanspruchung des Podestes im Bereich des Hängewerks (oberer Lauf) und des Sprengwerks (unterer Lauf) zurückzuführen ist.

Dagegen kann eine Berücksichtigung der Podestverformung in solchen Fällen notwendig werden, bei denen die Scheibenbeanspruchung nur in eine Richtung weist, wie z.B. an Podesten, in die nur ein Lauf einbindet. Auch bei Systemen, die nicht an allen Auflagerlinien horizontal unverschieblich gehalten sind und bei denen Horizontalkomponenten an entfernteren Auflagerlinien aufgenommen werden, z.B. bei Systemen mit horizontal verschieblichem Zwischenpodest, kann eine Erfassung weiterer Nachgiebigkeitsanteile in Einzelfällen von Bedeutung sein.

Die Erhöhung der Nachgiebigkeit ergibt sich in den aufgezeigten Fällen jeweils aus der Biegesteifigkeit der beanspruchten Scheibe. Angaben zur Größenordnung der Steifigkeit können aus bekannten Tafelwerken für einfeldrige Biegestäbe mit verschiedenen Lagerungsbedingungen und Belastungen näherungsweise festgelegt werden. Das dabei zu berücksichtigende maßgebende Trägheitsmoment wird vor allem durch die Breite l_p des Podestes bzw. b des Laufes bestimmt. Beide Größen weisen bei Treppen in der Regel vergleichsweise große Werte auf.

$$I_p = \frac{d_p \cdot l_p^3}{12} \quad (4.4)$$

Für die Berechnung des Trägheitsmomentes nach Gl. (4.4) ist als günstiger Umstand hervorzuheben, daß die Rißbildung aus der Plattentragwirkung keinen Einfluß auf den nichtlinearen Faktor l_p^3 bzw. b^3 des maßgebenden Trägheitsmomentes der Scheibe ausübt. Ihre Auswirkung kann über die Abminderung der linear eingehenden Plattendicke d_p bzw. d_L beschrieben werden. Da auch die Dehnsteifigkeitsänderung der Läufe bei Rißbildungen infolge Plattenbeanspruchung einer Verringerung der Plat-

tendicke d_L gleichkommt, kann die rißbedingte Steifigkeitsabnahme der betrachteten Scheibe in guter Näherung mit den Diagrammen der Bilder 6.21 - 6.24 abgeschätzt werden. Zu beachten ist, daß die Bestimmung des maßgebenden Verschiebungsvektors bei Berücksichtigung mehrerer Nachgiebigkeitsanteile die kinematische Verträglichkeit gewährleisten muß. Mit den in /14/ für das elastische n-Bein zusammengestellten Beziehungen kann der resultierende Verschiebungsvektor aus Gl (4.5) berechnet werden.

$$\begin{aligned} c_{11} \cdot x + c_{12} \cdot y + c_{13} \cdot z &= F_x \\ c_{12} \cdot x + c_{22} \cdot y + c_{23} \cdot z &= F_y \\ c_{13} \cdot x + c_{23} \cdot y + c_{33} \cdot z &= F_z \end{aligned} \quad (4.5)$$

Darin sind die Federzahlen:

$$\begin{aligned} c_{11} &= \sum c_i \cdot u^2, \quad c_{22} = \sum c_i \cdot v^2, \quad c_{33} = \sum c_i \cdot w^2 \\ c_{12} &= \sum c_i \cdot u \cdot v, \quad c_{13} = \sum c_i \cdot u \cdot w, \quad c_{23} = \sum c_i \cdot v \cdot w. \end{aligned}$$

Einfacher ist die Berücksichtigung nachgiebiger Auflagerlinien bei Verwendung von Elastomerlagern. Die Gesamtfedersteifigkeit $C_{ges.}$, die dann die Anteile des Laufes nach Gl. (4.4) und der Auflager enthält, kann in diesem Fall mit der Annahme einer Reihenschaltung der Nachgiebigkeitsanteile aus Gl. (4.6) ermittelt werden. Hinweise zur Größenordnung der für die Elastomerlager zu berücksichtigenden Federsteifigkeit C_A können z.B. aus in /24/ mitgeteilten Angaben zur Größenordnung der Stauchung abgeleitet werden.

$$\frac{1}{C_{ges.}} = \frac{1}{C_{Ers.}} + \frac{1}{C_A}. \quad (4.6)$$

5 Erweiterte Nutzung der Faltwerkwirkung

Das bei Treppen infolge der Faltwerkwirkung erheblich verbesserte Tragverhalten führt konsequenterweise zu der Frage, inwieweit die in dieser Arbeit zusammengestellten Ableitungen und Modellvorstellungen auf solche Bauwerke oder Bauteile übertragen werden können, deren Tragelemente bisher ungenutzte Faltwerkwirkungen aufweisen und bei denen deshalb, ähnlich wie bei Treppen, nennenswerte Tragreserven verschenkt werden. Allgemein ist dazu anzumerken, daß die in den Abschnitten 3 und 4 enthaltenen Dehnsteifigkeiten immer dann zur Modellbildung herangezogen werden können, wenn Spannungsfelder bei der Erfassung von Tragwirkungen zu berücksichtigen sind, die in Flächentragwerken parallel zu den gleichzeitig senkrecht beanspruchten Mittelebenen verlaufen. Derartige Beanspruchungszustände sind für zahlreiche Flächentragwerke vorstellbar. Anders als bei Treppen weist jedoch die Geometrie ebenso wie die Zuordnung der Bauteile in der Regel eine größere Variationsbreite auf, so daß allgemeine feste Modellvorgaben zu diesen Anwendungsfällen wenig sinnvoll erscheinen. Vielmehr ist das Modell im Einzelfall den jeweiligen Randbedingungen und Erfordernissen anzupassen. Zur weiteren Erläuterung werden hierzu im folgenden Beispiele aufgezeigt, bei denen die gemeinsame Platten- und Scheibentragwirkung Vorteile für das Tragverhalten ergibt.

Außer den an Brücken bekannten Faltwerkwirkungen sind ähnlich günstige Tragwirkungen bei Auslaufkonstruktionen von Siloanlagen sowie bei Dach- und Tribünenanlagen /45/ vorstellbar. Vor allem Hochbaukonstruktionen, denen auch die bisher behandelten Treppen zuzuordnen sind, erlauben zahlreiche Anwendungsvarianten /4,41/. Eine wichtige Nutzungsmöglichkeit besteht bei der Aussteifung offener Querschnitte, z.B. bei Stahlbetonkernen in Hochhäusern. Bild 5.1 zeigt aus Stahlbetonwänden gebildete Treppenhäuser, deren Nachgiebigkeit durch die Berücksichtigung der Dehnsteifigkeit aus den an der offenen Seite angeordneten Treppenläufen insbesondere gegenüber Torsionsbeanspruchungen erheblich verringert wird.

Auch zur Aussteifung von Rahmen oder zur Versteifung von Kastenquerschnitten (Großtafelbau, Hochbauten mit Tunnelscha-

lung) sind die schräg verlaufenden Treppenläufe oftmals gut geeignet. Solche Treppenlaufanordnungen, die Bild 5.1 a) beispielhaft erläutert, ergeben vor allem für Bauwerke in Erdbebengebieten deutliche Verbesserungen des Tragverhaltens. Auch in Deckenplatten von Hochbauten, die horizontale Lastwirkungen zu aussteifenden Bauteilen abtragen oder solche Bauteile untereinander verbinden (siehe Bild 5.2 b), ist eine gemeinsame Platten- und Scheibentragwirkung festzustellen.

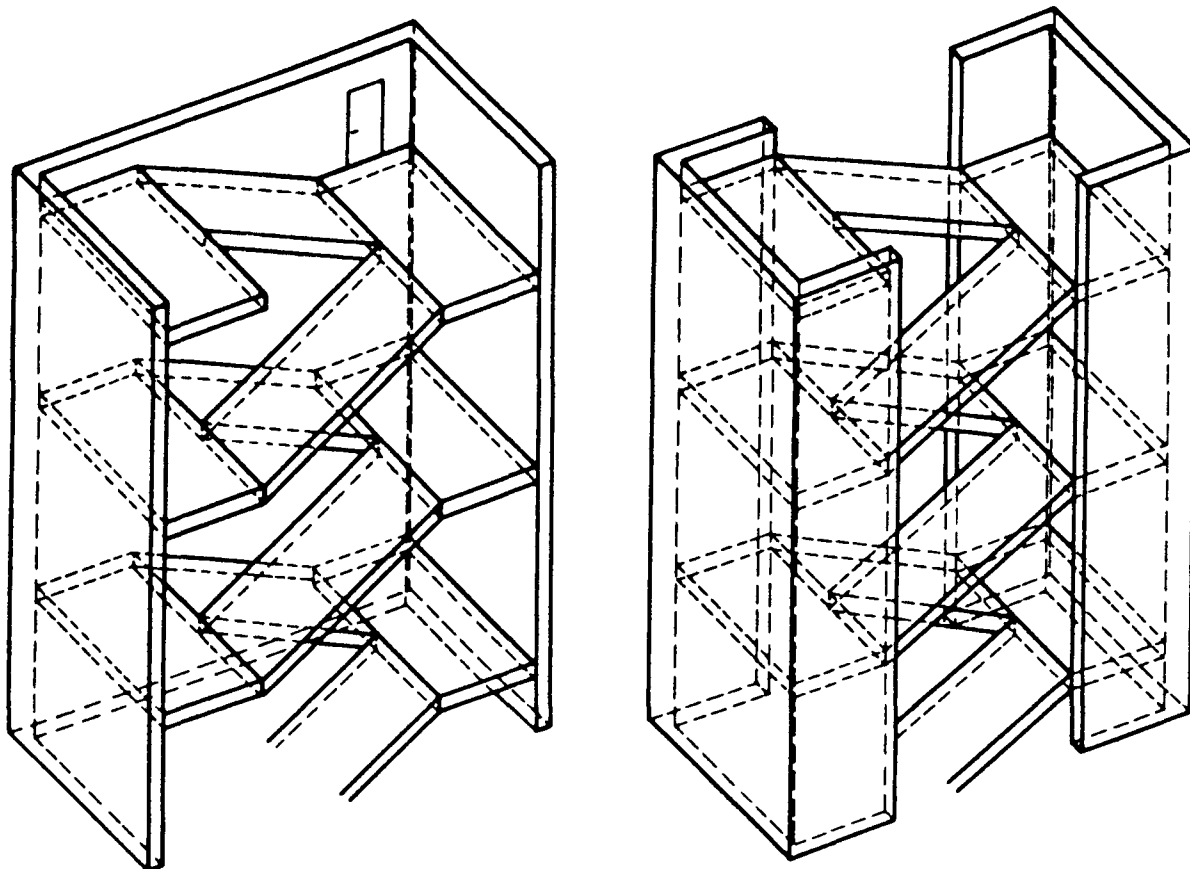


Bild 5.1: Treppenhauskerne aus offenen Querschnitten

Gerade die zuletzt aufgezeigten Faltwerkwirkungen aus dem Bereich des Hochbaus sind seit längerer Zeit durchaus bekannt und werden bei entsprechenden Aufgabenstellungen bereits ausgenutzt. In Ermangelung zutreffender Angaben für die wirksamen Steifigkeiten muß dabei oftmals auf mehr oder weniger grobe Näherungen zurückgegriffen werden. So wird z.B. die Steifigkeit gegenüber Scheibenbeanspruchungen in aller Regel bisher als dehnstarr angenommen. Da die Dehnsteifigkeit K_D von Stahlbetonbauteilen sehr viel größer ist als die Biegesteifig-

keit K_B , werden mit derart vereinfachten Annahmen u.U. nicht nur auf der sicheren Seite liegende, sondern auch ausreichend zutreffende Ergebnisse erzielt. Eine genauere Erfassung der Dehnsteifigkeit wird deshalb zunächst nur für solche Konstruktionen von Interesse sein, bei denen das Gesamttragwerk aus Konstruktionsgliedern mit sehr unterschiedlichen Steifigkeiten gebildet wird /3/. Darüberhinaus kann die Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Dehnsteifigkeiten jedoch auch bei Systemen bedeutungsvoll sein, die Biegesteifigkeiten gleicher Größenordnung aufweisen, z.B. wenn dynamische Beanspruchungen infolge stoßartiger Impulse aus Wind oder Erdbeben zu erfassen sind.

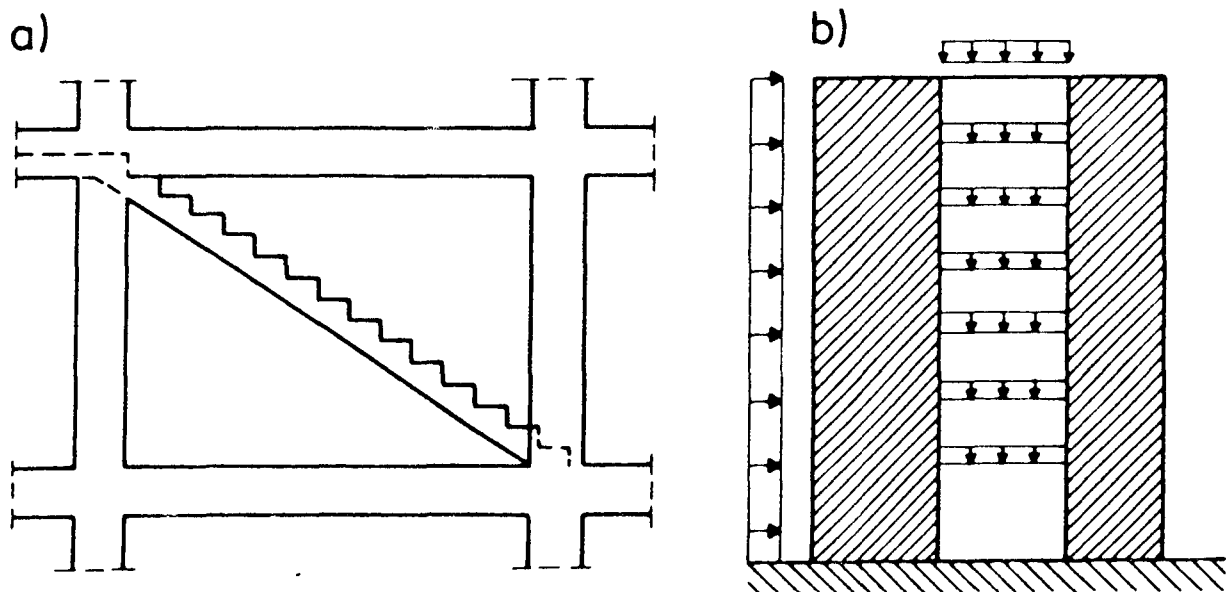


Bild 5.2: Faltwerkwirkung bei

- a) der Aussteifung von Bauteilen durch Treppenläufe
- b) Decken zwischen aussteifenden Kernen

Auch wenn für die aufgezeigten Anwendungsmöglichkeiten hier keine allgemeingültigen Tragmodelle abgeleitet werden können, so kann bereits die Bereitstellung wirklichkeitsnaher Steifigkeiten, wie sie in Abschnitt 3 und 4 enthalten sind, als bedeutende Hilfe für die Ausnutzung der Faltwerkwirkung bei diesen Tragwerken angesehen werden. Zur erweiterten Nutzung der Steifigkeitsverläufe in den Bildern 6.21 - 6.24 werden dabei

neben Angaben zur Veränderung der Dehnsteifigkeit häufig noch ergänzende Aussagen zur Größenordnung der Biegesteifigkeit benötigt. Sie werden nachfolgend für den gerissenen Bauteilabschnitt zusammengestellt, der Veränderungen maßgeblich bestimmt. Aus den mittleren Dehnungen nach Gl. (3.24) und Gl. (3.27) läßt sich dafür mit Gl. (5.5) unmittelbar die mittlere Krümmung im gerissenen Bereich berechnen. Daraus folgt mit Gl. (5.6) die mittlere Biegesteifigkeit $K_{Bm}^{(2)}$. Sie ist in Bild 5.13 für alle Betongüten und Bewehrungsgrade aufgetragen, deren zulässige Gebrauchsmomente das Erststribmoment überschreiten. Daneben ist auch die aus der Krümmung im Riß ermittelte Biegesteifigkeit $K_{B,R}$ aufgetragen.

$$\kappa_m^{(2)} = \frac{|\epsilon_{b1m}| + \epsilon_{b2m}}{d - d_1} \quad (5.5)$$

$$K_{Bm}^{(2)} = \frac{M_G}{\kappa_m^{(2)}} \quad (5.6)$$

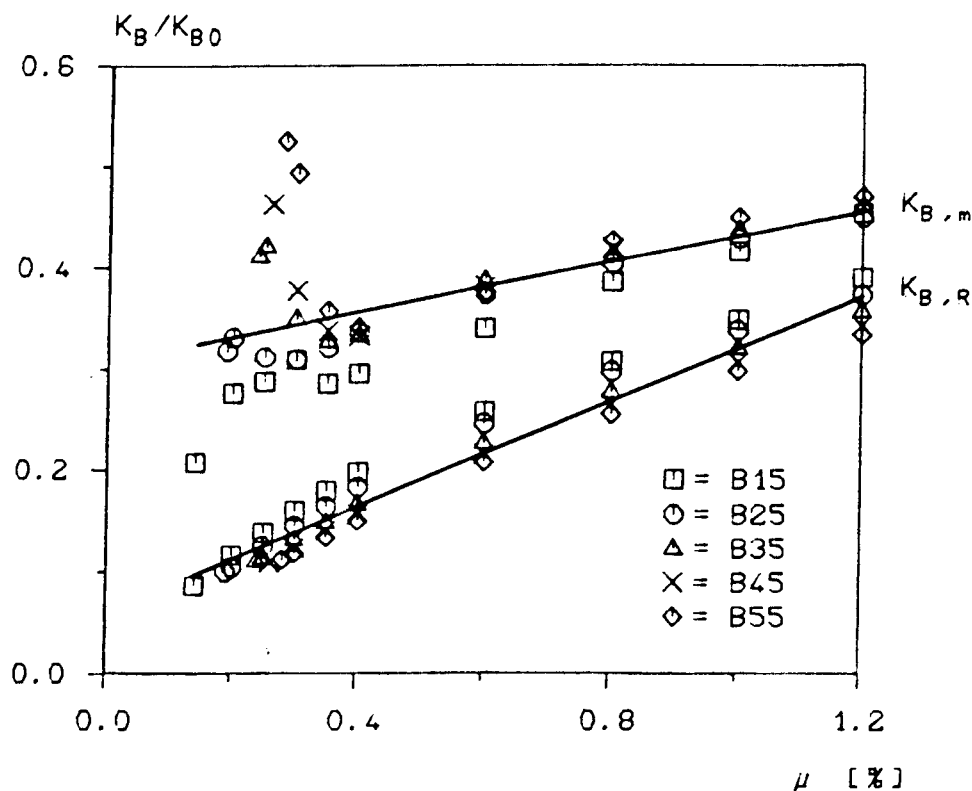


Bild 5.3: Biegesteifigkeit eines gerissenen Bauteilabschnittes für das größte nach DIN 1045 zulässige Gebrauchsmoment

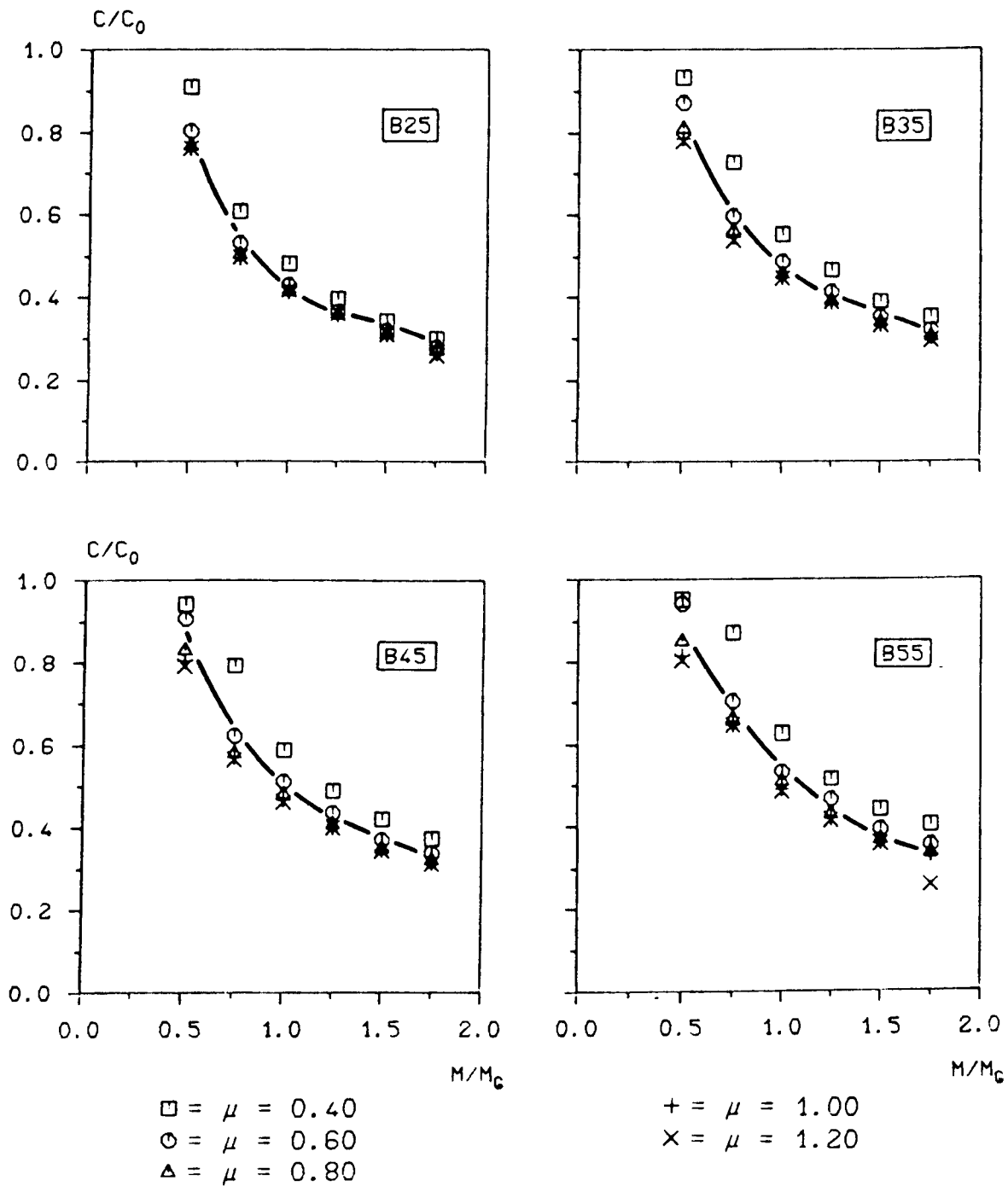


Bild 5.4: Beanspruchungsabhängige Änderung der bezogenen Dehnsteifigkeit C/C_0 für Bewehrungsgrade $\mu = 0,4 \%$ bis $\mu = 1,2 \%$ und Betongüten B25 bis B55.

Eine Anwendung der abgeleiteten Steifigkeiten wird bei geänderten oder erweiterten Aufgabenstellungen auch durch die Bilder 5.4 und 5.5 wesentlich begünstigt. Sie verdeutlichen die

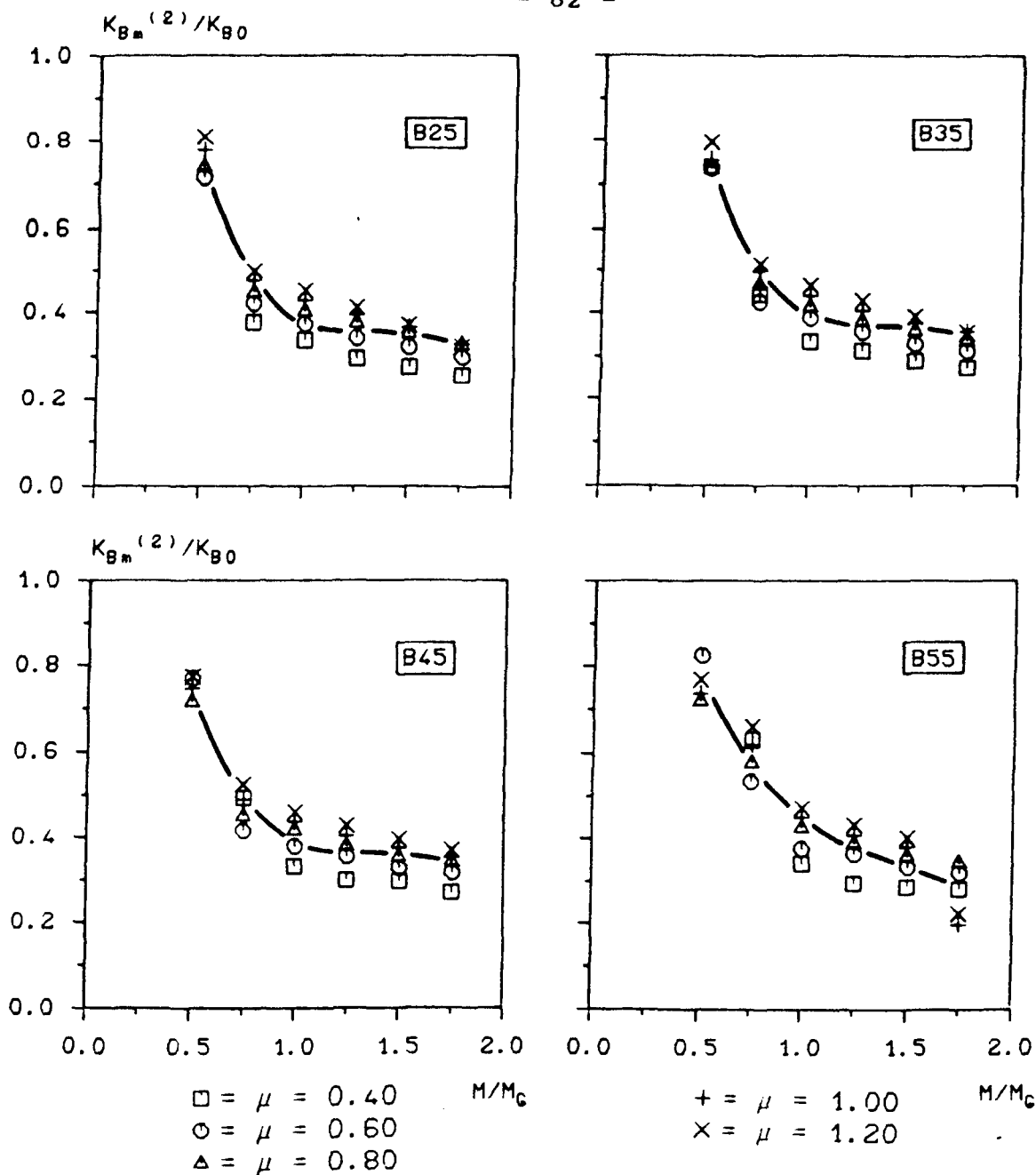


Bild 5.5: Beanspruchungsabhängige Änderung der bezogenen mittleren Biegesteifigkeit $K_{Bm}^{(2)}$ eines gerissenen Bauteilabschnittes für Bewehrungsgrade $\mu = 0,4 \%$ bis $1,20 \%$ und Betongüten B 25 bis B 55

beanspruchungsabhängigen Steifigkeitsänderungen und ermöglichen damit Aussagen zur Größenordnung der Biege- und Dehnsteifigkeit unter Belastungen, die vom üblicherweise unterstellten Gebrauchslastniveau abweichen. Dabei ist für Bewehrungsgrade von $\mu = 0,4 \%$ bis $\mu = 1,2 \%$ nur eine vergleichsweise geringe Streubreite zu beobachten, die eine Berücksichtigung der lastabhängigen Steifigkeitsänderungen mit den gewählten Darstellungen erleichtert und für zahlreiche Anwendungsfälle als aus-

reichend genau erscheinen läßt. Angemerkt sei dazu noch, daß die Werte für $M/M_G = 1,0$ den Bildern 3.21 - 3.24 bzw. 5.3 entsprechen.

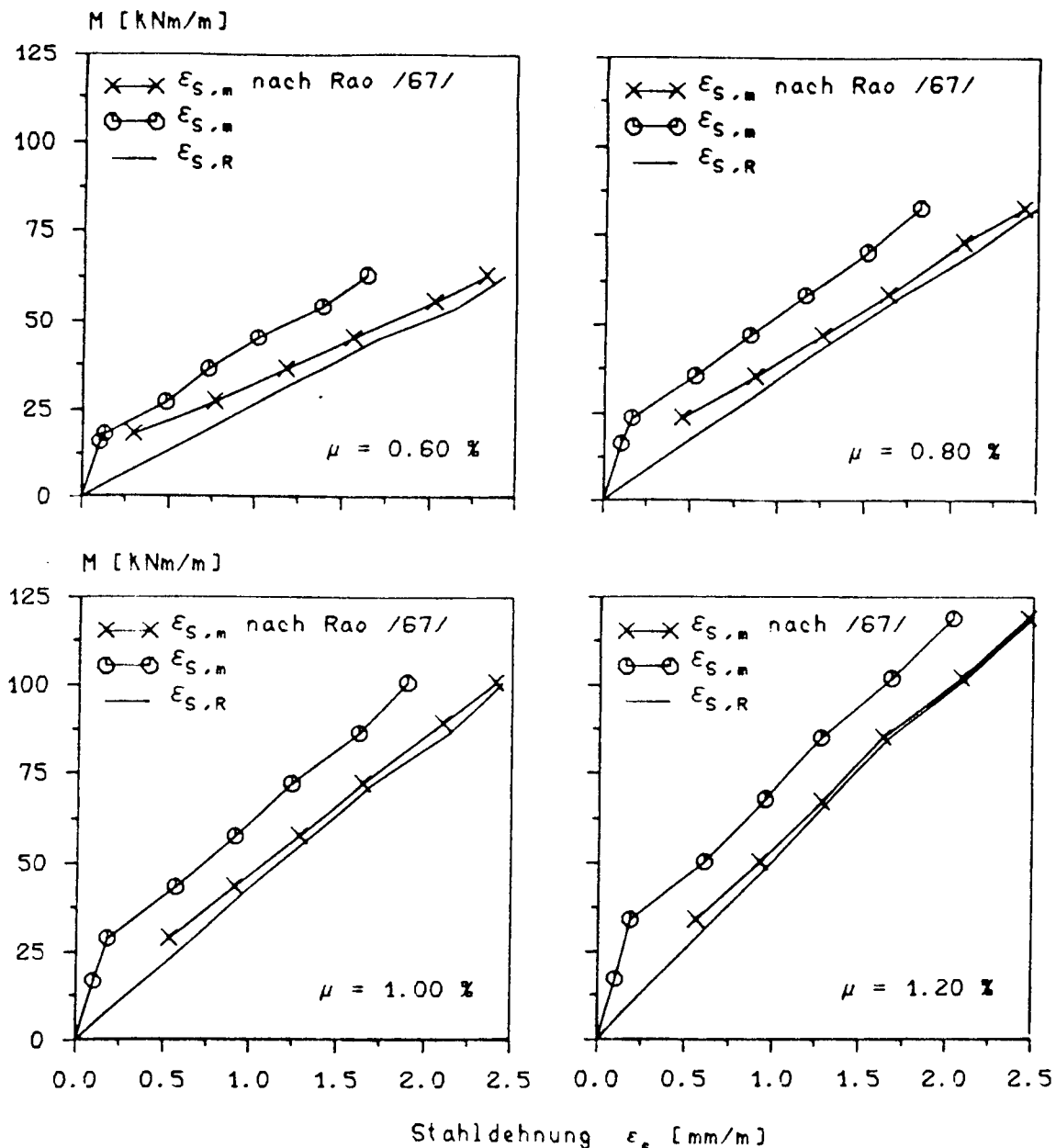


Bild 5.6: Beanspruchungsabhängiger Verlauf der Stahldehnungen

Die in der vorliegenden Arbeit entwickelten Angaben zur Größenordnung der wirksamen Steifigkeiten zeichnen sich vor allem durch die umfassende Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug aus. Um die Größenordnung dieser Mitwirkung zu veranschaulichen, sind in Bild 5.16 die mittleren Stahldehnungen $\epsilon_{s2,m}$ den Stahldehnungen $\epsilon_{s2,R}$ im Riß gegenübergestellt. Der ebenfalls dargestellte Spannungsverlauf nach Rao /37/, der für reine Biegung entwickelt wurde und nach Gl. (5.7) berechnet wird, zeigt eine deutlich verminderte Mitwirkung des Be-

tons auf Zug. Diese Beobachtung stimmt auch mit Vergleichen in /49/ überein. Dort zeigte sich, daß Gl. (5.7) die Ergebnisse anderer Forscher hinsichtlich der Mitwirkung des Betons auf Zug besser annähert, wenn der Faktor 0,18 auf 0,5 erhöht wird.

$$\epsilon_{s2,m} = \epsilon_{s,R} - 0,18 \cdot \left[\frac{\beta_{BZ}}{\mu} \right]^2 \cdot \frac{1}{E_s \cdot \sigma_{s,R}} \quad (9.7)$$

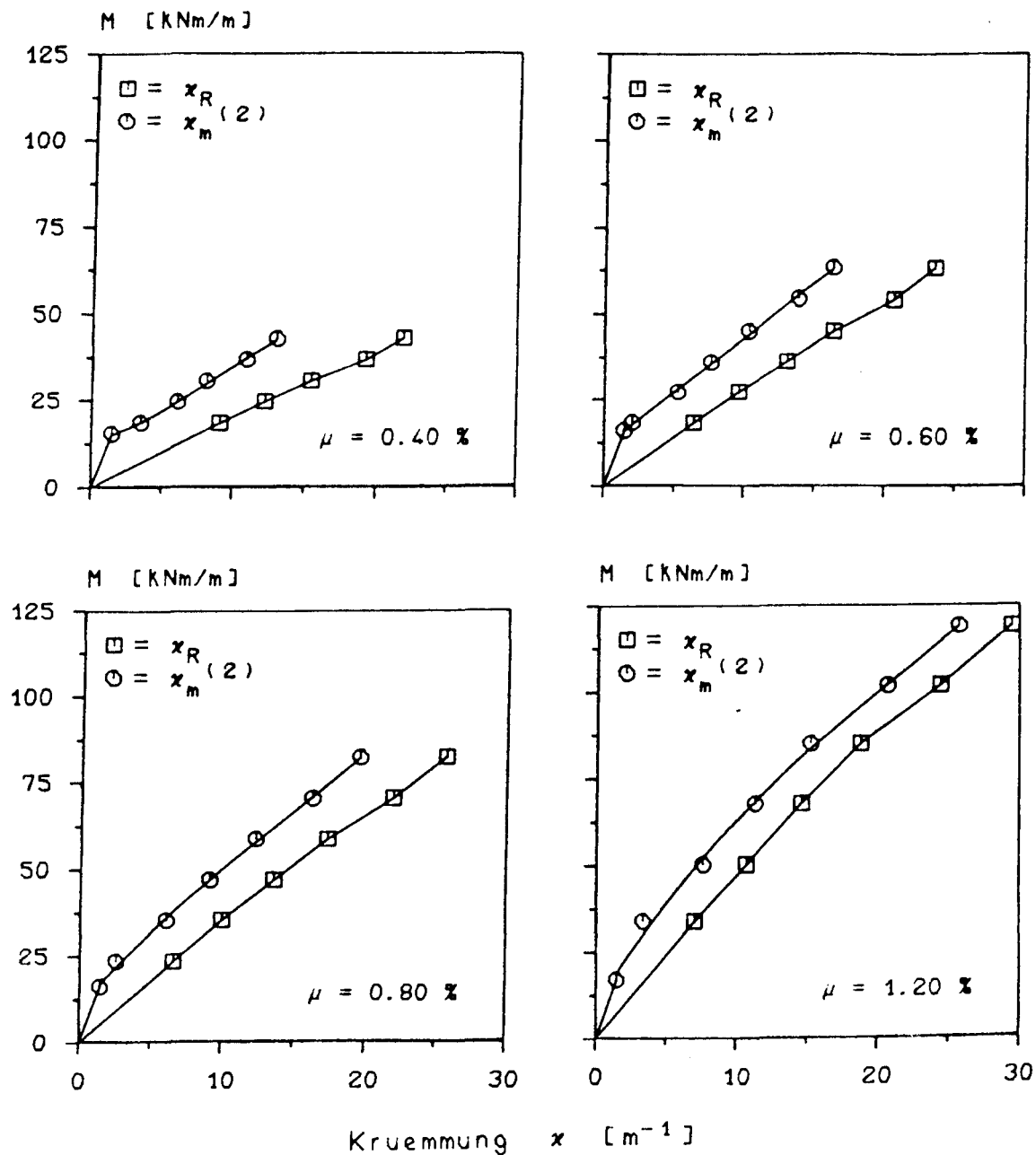


Bild 5.7: Momenten-Krümmungsbeziehungen für einen Beton B 35, Normalkraft $N = 0$

Ergänzend zu Bild 5.6 sind in Bild 5.7 noch einige Momenten-Krümmungs Verläufe aufgetragen. Auffallend ist, daß wie bei den Dehnungsverläufen in Bild 5.6 mit steigender Beanspruchung keine Verminderung der Mitwirkung des Betons auf Zug erkennbar wird, wie sie z.B. nach der schematischen Darstellung des Bildes 3.1 zu erwarten wäre. Der Grund für diese geringfügig erhöhte Einschätzung des Steifigkeitsverlaufes liegt in der Annahme des Abschnittes 3.4.3.2 begründet, nach der für Bauteile mit Rißabständen ohne Bereiche ungestörten Verbundes der untere Verformungswert entsprechend Gl. (3.17) mit einem mittleren Rißabstand von $a_m = 2 \cdot x_1$ zugrunde gelegt wurde.

6 Zusammenfassung

Faltwerkwirkungen entstehen bei allen Flächentragwerken, die aus zueinander abgewinkelten Ebenen gebildet werden und bei denen neben der Plattentragwirkung senkrecht zu den Mittelebenen auch eine Scheibentragwirkung parallel zu den Mittelflächen gegeben ist. Da Stahlbetonbauteile erheblich größere Dehnsteifigkeiten als Biegesteifigkeiten aufweisen, führt die Scheibentragwirkung zur Stützung der Bauteile an den Faltwerkskanten. In der Baupraxis wurde dieser günstige Einfluß auf das Tragverhalten bisher sehr häufig vernachlässigt, weil geeignete Lösungen zur Schnittgrößenermittlung fehlen. Die vorliegende Arbeit enthält Hinweise und Ansätze zur Ausnutzung der Faltwerkwirkung bei solchen Tragwerken. Am Beispiel gerader, gegenläufiger Plattentreppen mit Podesten wird aufgezeigt, daß die stützende Scheibentragwirkung durch Dehnfedern nachgebildet werden kann, wenn diesen die Steifigkeit der Bauteilbereiche zugewiesen wird, in denen die stützenden Scheibenspannungsfelder verlaufen.

Dabei ist der zutreffenden Beschreibung des Verformungsverhaltens dieser auf Biegung und Längskraft beanspruchten Bauteilabschnitte große Bedeutung beizumessen. Die vorliegende Arbeit enthält Dehnsteifigkeiten für Ersatzfedern, die in einfachen Tragmodellen zur wirklichkeitsnahen Nachbildung der Scheibentragwirkung herangezogen werden können. Die Dehnsteifigkeitsermittlung erfolgte unter Berücksichtigung des steifigkeitsmindernden Einflusses der Rißbildung mit einem teils deterministischen, teils probabilistischen Verfahren, bei dem ein Abschnitt zwischen zwei Rissen als Scheibe betrachtet wird, die aus den Biegedruck- und Verbundkräften belastet wird. Aus dem Spannungszustand dieser idealisierten Scheibe kann mit Annahmen zur Größe und Verteilung der Biegezugfestigkeit auf den Grad der Rißentwicklung geschlossen werden. Dabei war die zuverlässige Erfassung der Rißentwicklung und ihre Berücksichtigung bei der Berechnung mittlerer Dehnungen für die zu beurteilenden Faltwerke von Interesse, weil bei den überwiegend schwach bewehrten Konstruktionen, die insbesondere unter Berücksichtigung der Faltwerkwirkung zu erwarten sind, noch größere Bereiche mit ungestörtem Verbund zwischen den Rissen

vorliegen, die eine höhere Steifigkeit als die Rißzonen und die angrenzenden Einleitungsstrecken aufweisen. Darüberhinaus erlaubte das gewählte Verfahren eine gezielte Variation und Betrachtung verschiedener Parameter. Als Ergebnis werden Diagramme angegeben, in denen die Dehnsteifigkeit in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades aufgetragen ist. Er kann bei üblichen Lagerungen meist schon vorab hinreichend zuverlässig abgeschätzt werden und ist deshalb als Eingangswert für Steifigkeitsermittlungen gut geeignet.

Am Beispiel von Treppen wird die Entwicklung eines Tragmodells beispielhaft aufgezeigt. Daneben werden Hinweise gegeben, inwieweit derartige, bisher ungenutzte Tragreserven auch bei anderen Flächentragwerken bestehen und über die in dieser Arbeit abgeleiteten Dehnsteifigkeiten berücksichtigt werden können. Die Angaben zu den wirksamen Steifigkeiten der auf Biegung mit Längskraft beanspruchten Bauteile wurden dazu mit Aussagen zur Größe der Biegesteifigkeit und zum Einfluß verschiedener von der Gebrauchslast abweichender Beanspruchungen ergänzt. Die abgeleiteten und in Diagrammen zusammengestellten Steifigkeiten ermöglichen die Entwicklung einfacher Tragmodelle für Faltwerke, so daß als Ergebnis der Forschungsarbeit eine verbreitete Ausnutzung der Faltwerkwirkung erreicht werden kann. Außer einer Vereinfachung der Berechnungsverfahren sind damit auch Verbesserungen für die Konstruktionspraxis möglich.

L I T E R A T U R V E R Z E I C H N I S

- /1/ Abramowitz, M.; Stegun, I.: Handbook of Mathematical Functions, Dover Publications Inc., New York 1965
- /2/ Alt, H.: Angewandte Mathematik, Finanzmathematik, Statistik, Informatik für UPN-Rechner, Vieweg, Braunschweig, Wiesbaden 1979
- /3/ Beck, H.: Ein Beitrag zur Berücksichtigung der Dehnungsverformungen bei Rahmen mit schlanken und gedrunenen Konstruktionsgliedern, Die Bautechnik 36, 1959, S. 178-184
- /4/ Born, J.: Faltwerke (Ihre Theorie und Berechnung), Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart, 1954
- /5/ Born, J.: Faltwerke, Betonkalender 1965, Bd. 2, S. 385-455, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin, 1965
- /6/ Craemer, H.: Allgemeine Theorie der Faltwerke, Beton und Eisen 25, Heft 15, 1930, S. 276-281
- /7/ Craemer, H.: Der heutige Stand der Theorie der Scheibenträger und Faltwerke in Eisenbeton, Beton und Eisen 32, S. 264-270 und S. 297-302
- /8/ Czerny, F.: Tafeln für vierseitig und dreiseitig gelagerte Rechteckplatten, Betonkalender 1984, Bd. 2, S. 349-446, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin 1984
- /9/ Dilger, W.; Walther, R.; Leonhardt, F.: Versuche zur Momentenumlagerung an durchlaufenden Platten, Beton- und Stahlbetonbau 63, 5, 1968, S. 110-114
- /10/ Duddeck, H.: Die Ingenieuraufgabe, die Realität in ein Berechnungsmodell zu übersetzen, Die Bautechnik, Heft 7, S. 225-234
- /11/ Ehlers, G.: Ein neues Konstruktionsprinzip, Der Bauingenieur 11, 1930, S. 125-132
- /12/ Ehlers, G.: Die Spannungsermittlung in Fächentragwerken, Beton und Eisen 25, 1930, Heft 15, S. 281-286, Heft 16, S. 291-296
- /13/ Eibl, J.; Ivanyi, G.: Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton, Heft 260 der Schriftenreihe des DAfStb., 1976, Berlin
- /14/ Falk, S.: Technische Mechanik, Dritter Band, Mechanik des starren Körpers, Springer - Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 1969
- /15/ Grasser, G.; Thielen, G.: Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken nach DIN 1045, Heft 240 der Schriftenreihe des DAfStb., 1976, Berlin
- /16/ Heilmann, H. G.: Zug- und Druckfestigkeit des Betons, beton, 1969, Heft 2, S. 68-70
- /17/ Heilmann, H. G.: Zugspannung und Dehnung in unbewehrten Betonquerschnitten bei exzentrischer Belastung, Heft 269 der Schriftenreihe des DAfStb., 1976, Berlin

- /18/ Jahn, M.: Zum Ansatz der Betonzugfestigkeit bei den Nachweisen zur Trag- und Gebrauchsfähigkeit von unbewehrten und bewehrten Betonbauteilen, Heft 341 der Schriftenreihe des DAfStb., 1983, Berlin
- /19/ Koch, R.: Verformungsverhalten von Stahlbetonstäben unter Biegung und Längszug im Zustand II auch bei Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, Dissertation, Universität Stuttgart, 1976
- /20/ König, G.; Liphardt, S.: Hochhäuser aus Stahlbeton, Betonkalender 1985, Bd. 2, S.675-819, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin, 1985
- /21/ Kordina, K.; Ivanyi, G.: Einfluß eines Dehnungsgradienten auf die Zugfestigkeit des Betons in Abhängigkeit von der Zusammensetzung, Schlußbericht zum Forschungsvorhaben des Instituts für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig, 1983
- /22/ Kordina, K.; Osteroth, H.-H.: Baukostendämpfung bei Geschosstreppe, Abschlußbericht zum Forschungsvorhaben BI5-800185-3 im Auftrag des Bundesministers für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau, durchgeführt am Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig, 1987
- /23/ Kordina, K.; Osteroth, H.-H.: Konstruktions- und Bemessungsregeln für Geschosstreppe, Forschungsbericht des Instituts für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig, im Auftrag des Niedersächsischen Ministers für Wissenschaft und Kunst, gefördert aus Mitteln des Zahlenlottos
- /24/ Kordina, K.; Osteroth, H.-H.: Zur Auflagerung von Stahlbetonbauteilen mittels unbewehrter und bewehrter Elastomerlager, Der Bauingenieur 59, 1984, S. 461- 466
- /25/ Kraemer, U.; Thielen, G.; Grasser, E.: Berechnung der Durchbiegung von biegebeanspruchten Stahlbetonbauteilen unter Gebrauchslasten, Beton- und Stahlbetonbau 70, Heft 4, 1975, S. 87-95
- /26/ Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau, Vierter Teil, Nachweis der Gebrauchsfähigkeit, Springer - Verlag, Berlin 1977
- /27/ Malcov, K.; Karavaev, A.: Abhängigkeit der Festigkeit des Betons auf Zug bei Biegung und ausmittiger Belastung von den Querschnittsabmessungen, Wissenschaftliche Zeitschrift der TU Dresden, Heft 6, 1968, S. 1545-1547
- /28/ Marti, P.: Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design, ACI Journal, January - February 1985, S. 46-56
- /29/ Martin, H.: Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbeanspruchung, Heft 228 der Schriftenreihe des DAfStb., 1973, Berlin
- /30/ Mayer, H.: Die Berechnung der Durchbiegung von Stahlbetonbauteilen, Heft 194 der Schriftenreihe des DAfStb., 1967, Berlin
- /31/ Niedersächsische Bauordnung (NBauO) vom 23. Juli (Nieders. GVBL. S. 259, Nr. 28/1973)

- /32/ Noakowski, P.: Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangbeanspruchung infolge Temperatur, Heft 296 der Schriftenreihe des DAfStb., 1978, Berlin
- /33/ Quast, U.: Zur Mitwirkung des Betons in der Zugzone, Beton- und Stahlbetonbau 76, 10, 1981, S. 247-250
- /34/ Quast, U.: Programmgesteuertes Berechnen im Massivbau, Vorlesungsumdruck des Instituts für Baustoffe Massivbau und Brandschutz der TU Braunschweig
- /35/ Rabich, R.: Beitrag zur Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke aus Stahlbeton unter Berücksichtigung der Rißbildung, Aus Theorie und Praxis des Stahlbetonbaus, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin, München, 1969 (Franz-Festschrift)
- /36/ Rabich, R.: Die Formänderungen des Stahlbetonbalkens bei Biegung, Längskraft und Rissen, Bauplanung- Bautechnik, 26, 4, 1972, S. 176-182
- /37/ Rao, P. S.: Umlagerung der Schnittkräfte in Stahlbetonkonstruktionen. Grundlagen der Berechnung bei statisch unbestimmten Tragwerken unter Berücksichtigung der plastischen Verformungen, Heft 177 der Schriftenreihe des DAfStb., 1966, Berlin
- /38/ Rehm, G.: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton, Heft 138 der Schriftenreihe des DAfStb., 1961, Berlin
- /39/ Rehm, G.; Martin, H.: Zur Frage der Rißbegrenzung im Stahlbetonbau, Beton und Stahlbetonbau 63, 8, 1968, S. 175-182
- /40/ Rehm, G.; Rußwurm, D.; Wagner, O.: Die wichtigsten Neuregelungen der DIN 488, 1984, Betonwerk & Fertigteil-Technik, Heft 7/1985, S. 427-438
- /41/ Rosmann, R.: Beitrag zur Ermittlung der Interaktionskräfte zwischen Decken und profilierten Wandscheiben bei waagerechter Belastung, Die Bautechnik, 1987, S. 224-230
- /42/ Rostásy, F.S.: Zwang und Rissebeschränkung bei Außenwänden aus Stahlleichtbeton, Habilitationsschrift Universität Stuttgart, 1975
- /43/ Rüschi, H.: Die Ableitung der charakteristischen Werte der Betonzugfestigkeit, beton, 2, 1975, S. 55-58
- /44/ Rüschi, H.; Jungwirth, D.; Hilsdorf, H. : Kritische Sichtung der Verfahren zur Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden des Betons auf das Verhalten der Tragwerke, Beton - und Stahlbetonbau 68, 1973, H.3 S. 49-60, H.4 S. 76-86, H.6 S. 152-158
- /45/ Samuely, F. J.: Folded Slab Construction, ACI Journal October 1958, S. 447-460
- /46/ Schlaich, J.; Schäfer, K.: Konstruieren im Stahlbetonbau, Betonkalender 1984, Bd. 2, S. 787-1005, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin
- /47/ Schlaich, J.; Weischede, D.: Zum methodischen Bemessen und Konstruieren; CEB Heft 150

- /48/ Schleeh, W.: Bauteile mit zweiachsigem Spannungszustand (Scheiben), Betonkalender 1983, Bd. 2, S. 713-848, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin
- /49/ Schwennicke, A.: Zur Berechnung von Stahlbetonbalken und -scheiben im gerissenen Zustand unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, TU Berlin, Heft 3, 1983
- /50/ Stiglat, K.; Wippel, H.: Platten, 2. Auflage, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin, München, Düsseldorf, 1973
- /51/ Svensvik, B.: Zum Verformungsverhalten gerissener Stahlbetonbalken unter Einschluß der Mitwirkung des Betons auf Zug in Abhängigkeit von Last und Zeit, Dissertation, TU Braunschweig, 1981
- /52/ Washa, G.W.; Fluck, P.G. Effect of Compressive Reinforcement on the Plastic Flow of Reinforced Concrete Beams, ACI-Journal, October 1952, S. 89-108

N O R M E N

- /53/ CEB/FIP
Mustervorschrift für Tragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton, Ausgabe 1978
- /54/ DIN 1045
Beton- und Stahlbetonbau, Bemessung und Ausführung, Ausgabe 1978
- /55/ DIN 1048
Prüfverfahren für Beton, Teil 1-4
- /56/ DIN 1055
Lastannahmen für Bauten, Verkehrslasten Teil 3, Ausgabe Juni 1971
- /57/ DIN 4227
Spannbeton, Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung Teil 1, Ausgabe Dezember 1979

Erarbeitung von Konstruktions- und Bemessungsregeln
für
Faltwerke aus Stahlbeton

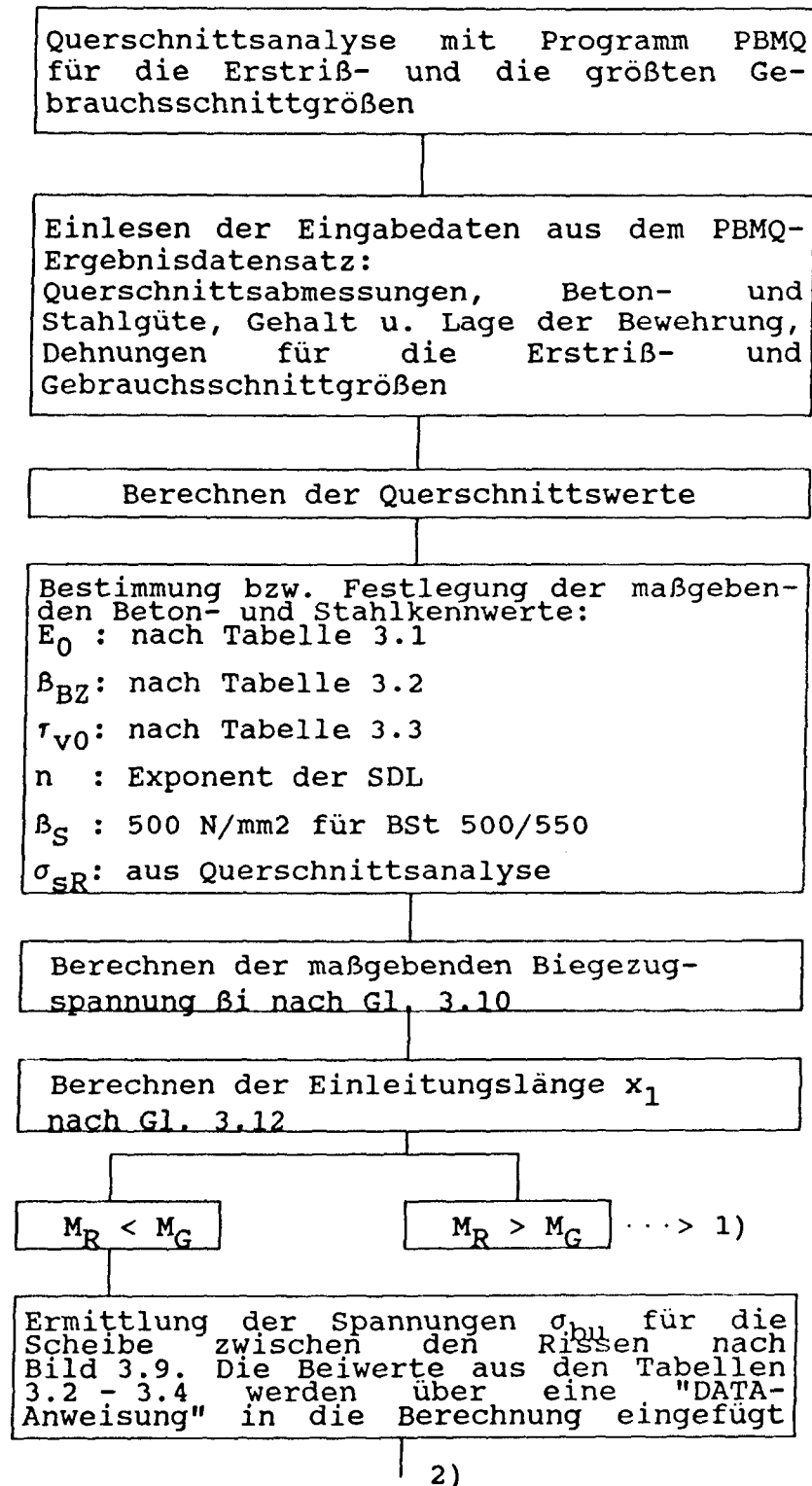
Anhang A zum Abschlußbericht

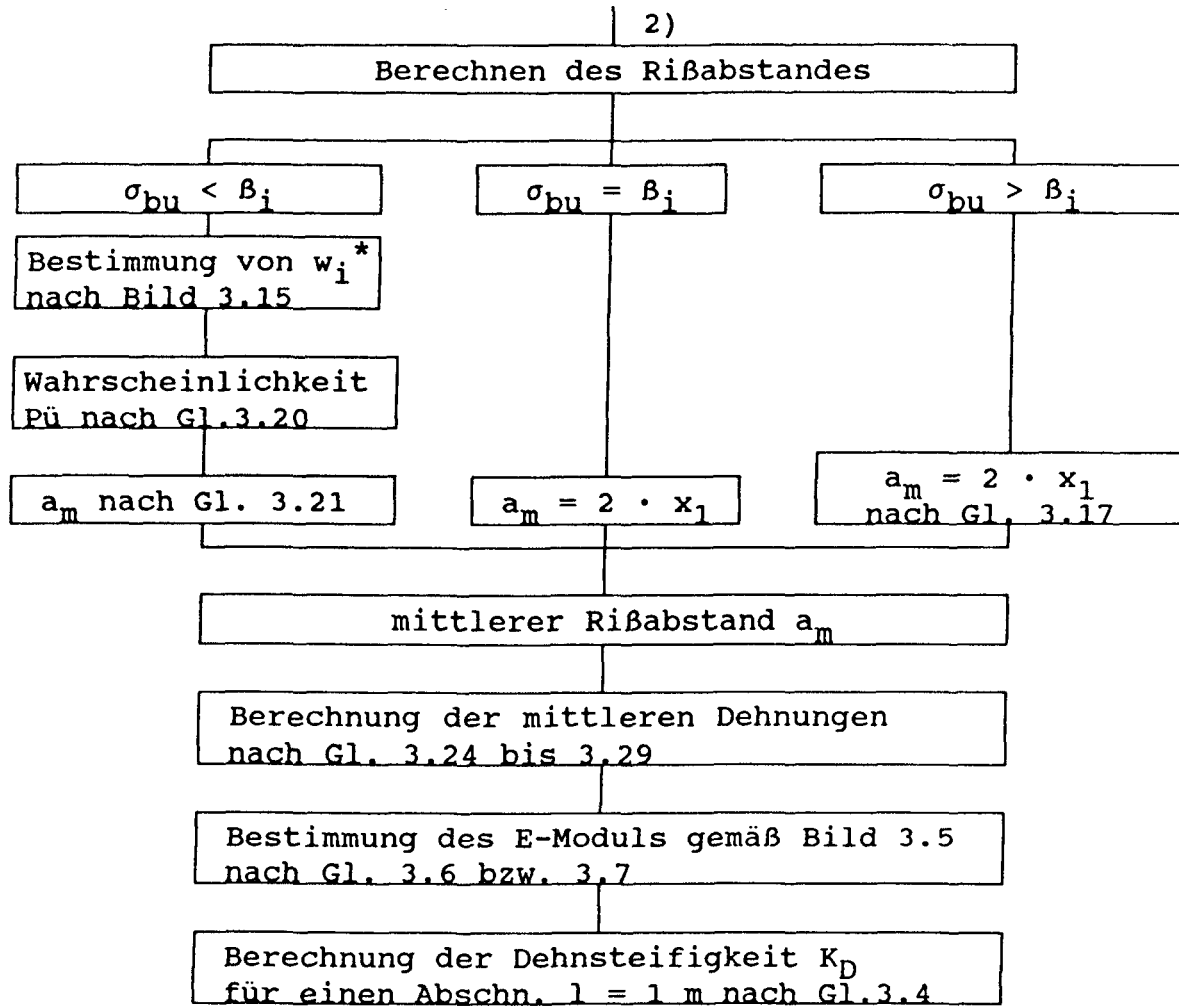
Bericht erstattet von
Prof. Dr.-Ing.E.h. Dr.-Ing. K. Kordina
Dipl.-Ing. H.-H. Osteroth

Braunschweig im August 1988

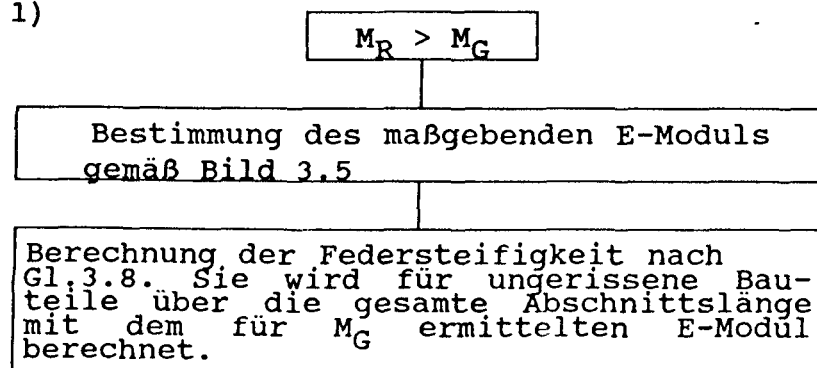
Das Forschungsvorhaben wurde vom Niedersächsischen Minister für Wissenschaft
und Kunst aus Mitteln des Zahlenlottos gefördert. (Az.: 2091 - BV4E - 23/85)

Übersicht zum Ablauf des Programms, mit dem die Dehnsteifigkeiten entsprechend Abschnitt 3 bestimmt wurden.





1)



- A 1.3 -

Dehnungen aus Querschnittsanalyse und obu infolge Betondruckkraft

Nd	ue	EpsB	EpsS	DN	xiN	alpha	delta	CuD	CuT	DBR	ei	Ii	zD	M	SigD	SigBUD	X1	KV
-	%	mm/mm	mm/mm	KN	-	-	-	-	-	KN	cm	mm ⁴ /1000	cm	KNm	MM/m ²	cm		
1	0.20	-0.26	1.37	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0	7.807	0.3611	0.00	0.00	0.000	0.000	11.00	18.83
3	0.24	-0.29	1.37	0.000	0.157	0.680	1.783	0.724	1.113	110.5	7.921	0.3494	5.64	6.23	1.413	1.022	10.88	19.13
5	0.25	-0.29	1.37	0.000	0.157	0.674	1.786	0.715	1.115	115.1	7.918	0.3497	5.64	6.49	1.470	1.052	10.79	19.39
7	0.30	-0.33	1.36	0.000	0.176	0.660	1.787	0.697	1.120	137.1	7.902	0.3514	5.56	7.62	1.714	1.194	10.57	19.81
9	0.35	-0.36	1.37	0.000	0.187	0.660	1.794	0.697	1.120	161.1	7.886	0.3530	5.52	8.89	1.985	1.384	10.57	20.00
11	0.40	-0.39	1.37	0.000	0.199	0.658	1.795	0.695	1.121	184.1	7.870	0.3546	5.47	10.06	2.234	1.553	10.53	20.09
13	0.60	-0.50	1.37	0.000	0.241	0.655	1.797	0.696	1.122	276.2	7.807	0.3611	5.31	14.66	3.171	2.207	10.47	20.24
15	0.80	-0.60	1.36	0.000	0.276	0.649	1.793	0.694	1.123	365.6	7.746	0.3674	5.19	18.96	3.996	2.774	10.39	20.29
17	1.00	-0.69	1.35	0.000	0.304	0.645	1.788	0.693	1.125	453.6	7.685	0.3736	5.09	23.09	4.751	3.291	10.32	20.32
19	1.20	-0.77	1.33	0.000	0.330	0.636	1.778	0.689	1.128	536.3	7.626	0.3797	5.01	26.89	5.401	3.719	10.18	20.32

Scheibenspannungen infolge Verbundkräften und Rißabstand

ND	AN	UE	T	MT	SigT	SigBUT	SigBU	SigSR	Betal	Wi	Phi	P2	nav	ue	CuS	Ds	SigSD
-	-	%	KN	KNm	MM/m ²	MM/m ²	MM/m ²	MM/m ²	MM/m ²	-	-	-	cm	%	-	KN	MM/m ²
1	0.0	0.000	0.0	0.00	0.000	0.000	0.000	340.0	3.400	0.0000	0.0000	0.0000	0.00	0.20	0.000	0.00	0.000
3	13.6	0.256	103.1	6.52	1.478	1.645	2.667	283.3	3.875	-0.8355	0.7953	0.1531	48.00	-0.24	0.000	0.00	0.000
5	14.1	0.267	106.6	6.74	1.525	1.701	2.752	272.0	4.279	-0.5544	0.7103	0.3220	48.00	-0.25	0.000	0.00	0.000
7	17.0	0.320	125.3	7.90	1.776	1.989	3.183	226.7	4.955	-0.0832	0.5332	0.6624	31.90	0.30	0.000	0.00	0.000
9	19.8	0.373	146.6	9.21	2.059	2.305	3.689	194.3	5.251	0.1231	0.5490	0.8203	25.76	0.35	0.000	0.00	0.000
11	22.6	0.427	167.1	10.47	2.325	2.605	4.158	170.0	5.400	0.2268	0.5897	0.8985	23.44	0.40	0.000	0.00	0.000
13	34.0	0.640	249.4	15.48	3.347	3.755	5.962	113.3	5.649	0.0000	0.0000	0.0000	19.96	0.60	0.000	0.00	0.000
15	45.3	0.853	329.3	20.24	4.267	4.794	7.568	85.0	5.729	0.0000	0.0000	0.0000	16.12	0.80	0.000	0.00	0.000
17	56.6	1.067	408.0	24.83	5.107	5.745	9.037	68.0	5.766	0.0000	0.0000	0.0000	13.66	1.00	0.000	0.00	0.000
19	67.9	1.280	481.5	29.01	5.827	6.570	10.289	56.7	5.773	0.0000	0.0000	0.0000	11.96	1.20	0.000	0.00	0.000

wirksame E-Moduli und Dehnsteifigkeiten

Nd	ue	Mr	Mg	Eps1	Eps2	Lr	De1	De2	Fn1	Fn2	E1	E2	Mr	Dr	C1	C2	C
-	0/0	KNm		0/00		-	-	-	■	■	MM/m ²		■	■		MM/m	
1	0.20	14.92	12.57	-0.31	-0.26	0.000	0.155	0.130	0.856	0.878	0.0	29845.5	0.000	1.000	4833.5	0.0	4833.5
3	0.24	15.00	15.10	-0.29	-0.29	0.081	0.145	0.145	0.865	0.865	29393.1	29393.1	0.126	0.078	4383.9	193.1	4577.0
5	0.25	15.02	15.54	-0.28	-0.29	0.183	0.140	0.145	0.869	0.865	29544.5	29393.1	0.126	0.078	3921.4	436.6	4352.0
7	0.30	15.11	18.51	-0.26	-0.33	0.429	0.130	0.165	0.878	0.847	29848.8	28793.0	0.123	0.065	2778.4	843.1	3621.5
9	0.35	15.20	21.49	-0.25	-0.36	0.541	0.125	0.180	0.882	0.834	30001.8	26348.5	0.122	0.059	2249.5	971.9	3221.4
11	0.40	15.29	24.51	-0.23	-0.39	0.613	0.115	0.195	0.891	0.821	30309.4	27908.9	0.120	0.059	1919.6	1090.2	3009.8
13	0.60	15.67	36.00	-0.20	-0.50	0.751	0.100	0.250	0.905	0.775	30774.7	26338.2	0.114	0.062	1266.5	1355.0	2651.5
15	0.80	16.10	46.97	-0.19	-0.60	0.811	0.095	0.300	0.910	0.734	30930.9	24966.7	0.109	0.064	980.2	1507.4	2457.5
17	1.00	16.49	57.43	-0.18	-0.69	0.844	0.090	0.345	0.914	0.699	31027.7	22775.4	0.104	0.066	818.9	1605.2	2427.2
19	1.20	16.89	67.03	-0.17	-0.77	0.865	0.085	0.385	0.919	0.669	31244.9	20751.9	0.100	0.069	721.5	1655.6	2400.4

mittlere Dehnungen, Krümmungen und Biegesteifigkeiten

EpsE2	EpsE20	EpsE2M	EpsB1	EpsB10	EpsB1M	EpsBueT	EpsMM	B0	B1	KapR	Kap2R	KapS	B2R	B2M	B1/B0	B2R/B0	B2M/B0
(-							-)										
0.0000	0.00000	0.719	0.0000	0.0000	-0.6621	0.3166	0.1050	12.277	10.778	1.166	11.18	9.59	3.969	4.628	0.8779	0.3233	0.3770
0.6706	0.01663	0.304	-0.1680	-0.1188	-0.1411	0.0000	0.1062	11.879	10.269	1.461	11.53	3.09	1.310	4.854	0.8645	0.1103	0.4111
0.6756	0.01710	0.304	-0.1689	-0.1222	-0.1432	0.0000	0.1051	11.890	10.332	1.454	11.53	3.10	1.348	5.007	0.8690	0.1134	0.4211
0.6798	0.02031	0.450	-0.2064	-0.1482	-0.1868	0.0000	0.1672	11.946	10.488	1.441	11.74	4.42	1.577	4.184	0.8779	0.1320	0.3502
0.6877	0.02352	0.564	-0.2351	-0.1742	-0.2242	0.0000	0.2138	12.002	10.591	1.435	12.01	5.47	1.789	3.926	0.8824	0.1490	0.3271
0.6896	0.02676	0.620	-0.2659	-0.2013	-0.2593	0.0000	0.2290	12.057	10.749	1.423	12.22	6.10	2.005	4.016	0.8915	0.1663	0.3330
0.0000	0.00000	0.721	0.0000	0.0000	-0.3735	0.1334	0.2343	12.277	11.112	1.410	12.99	7.60	2.772	4.738	0.9051	0.2258	0.3860
0.0000	0.00000	0.832	0.0000	0.0000	-0.4808	0.1821	0.2485	12.491	11.364	1.417	13.61	9.12	3.451	5.152	0.9097	0.2763	0.4124
0.0000	0.00000	0.908	0.0000	0.0000	-0.5831	0.2324	0.2452	12.702	11.614	1.420	14.17	10.35	4.054	5.547	0.9143	0.3192	0.4367
0.0000	0.00000	0.950	0.0000	0.0000	-0.6733	0.2812	0.2288	12.909	11.863	1.424	14.58	11.28	4.596	5.944	0.9190	0.3561	0.4605

D = 16.0 cm, D1 = 1.6 cm, DU = 6.0 mm, Kv1 = 0.00127

B35 E-Beton = 34000. MM/m² B51500/550 TauVD = 2.66 MM/m², TauVR = 4.729 MM/m²

Beta5 = 3.6 Beta82M = 5.075 Beta8295 = 6.749 Typ : gelenkig Exponent der SDL: n = 2.96

Beispiel für einen Ergebnisausdruck der programmgesteuerten Dehnsteifigkeitsermittlung

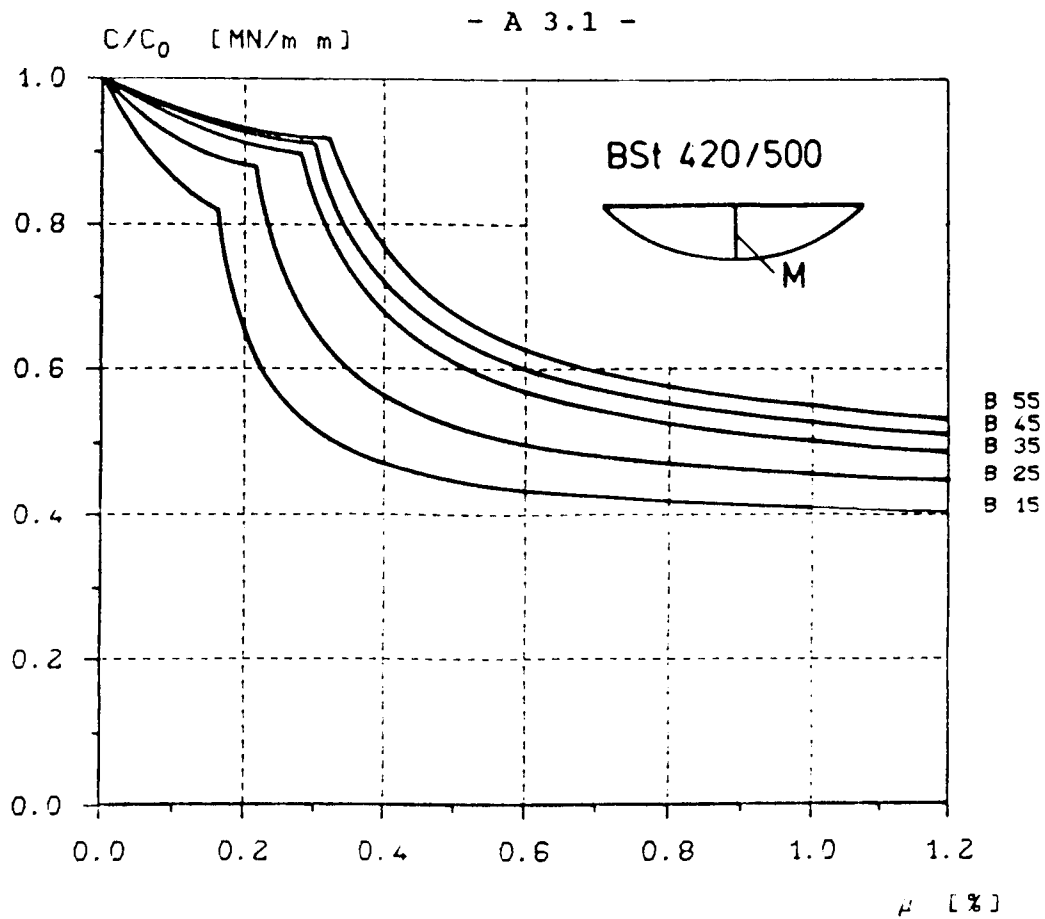
Funktionen für die Dehnsteifigkeitsverläufe in Bild 6.21- 6.24

Die Verläufe der Dehnsteifigkeit können für den gerissenen Bereich durch Hyperbeln der Form

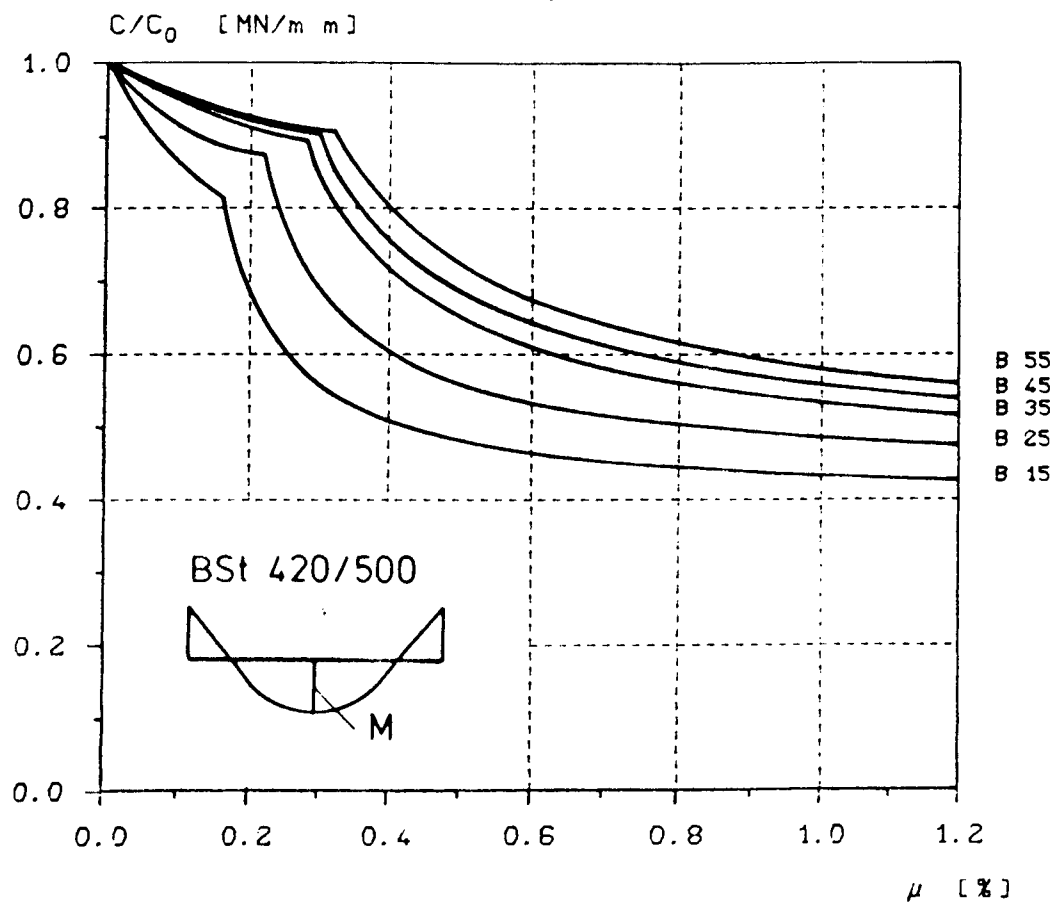
$$y = \frac{1}{a + b \cdot x} + dy \quad \text{angenähert werden.}$$

Nachfolgend sind die Koeffizienten für die Kurven der Bilder 6.21 - 6.24 zusammengestellt:

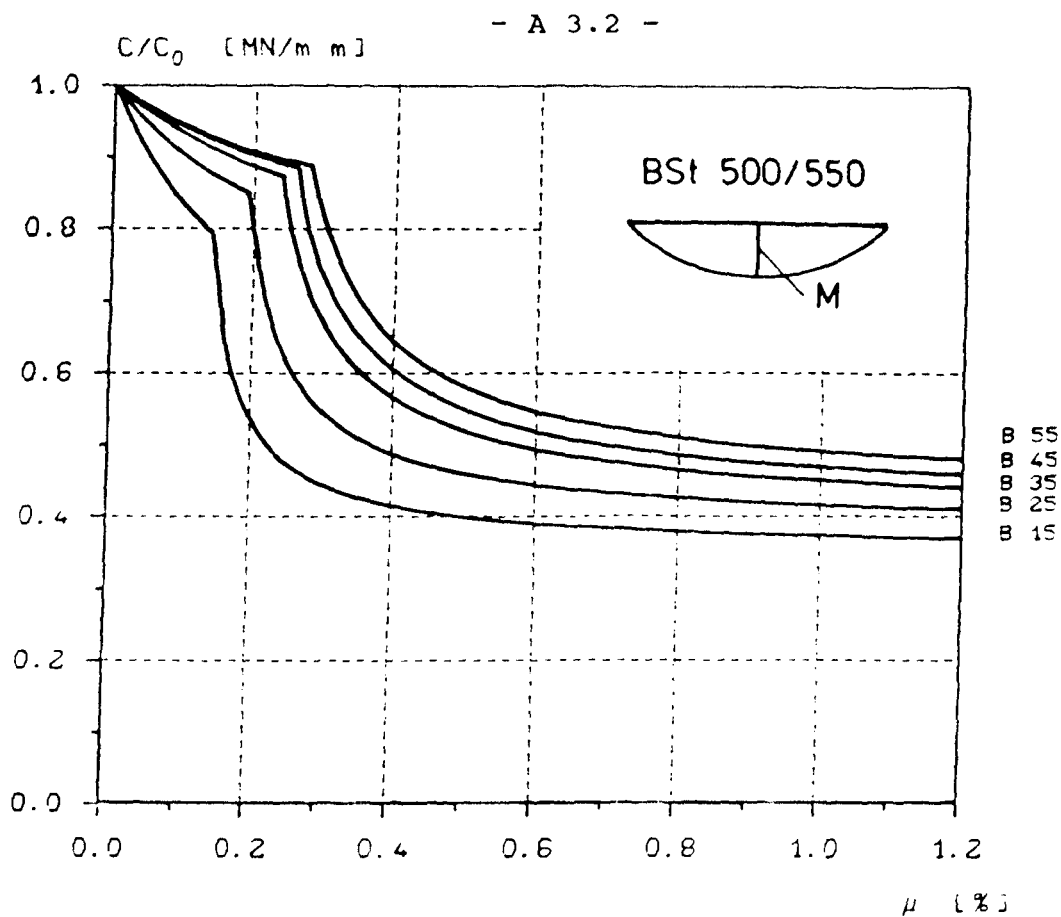
Beton- güte	Betonstahl BSt 420/500					
	gelenkig (Bild 6.21)			eingespannt (Bild 6.22)		
	a	b	dy	a	b	dy
B 15	-4,0102	40,0090	0,380	-2,9049	33,6337	0,400
B 25	-2,7773	22,8472	0,410	-1,8164	18,6988	0,430
B 35	-1,8779	14,4241	0,420	-0,7366	10,5766	0,430
B 45	-1,8557	13,6382	0,440	-0,4294	8,9848	0,440
B 55	-2,2635	13,8347	0,460	-0,4094	8,1454	0,450
	Betonstahl BSt 500/550					
	gelenkig (Bild 6.23)			eingespannt (Bild 6.24)		
	a	b	dy	a	b	dy
B 15	-4,9712	52,2565	0,350	-3,8821	45,0470	0,377
B 25	-4,3139	34,3354	0,380	-2,3743	24,4836	0,395
B 35	-3,0071	22,1963	0,395	-1,8870	17,6330	0,415
B 45	-2,7204	19,1456	0,405	-1,7540	15,5665	0,425
B 55	-3,4319	20,2812	0,430	-2,2423	16,2575	0,450



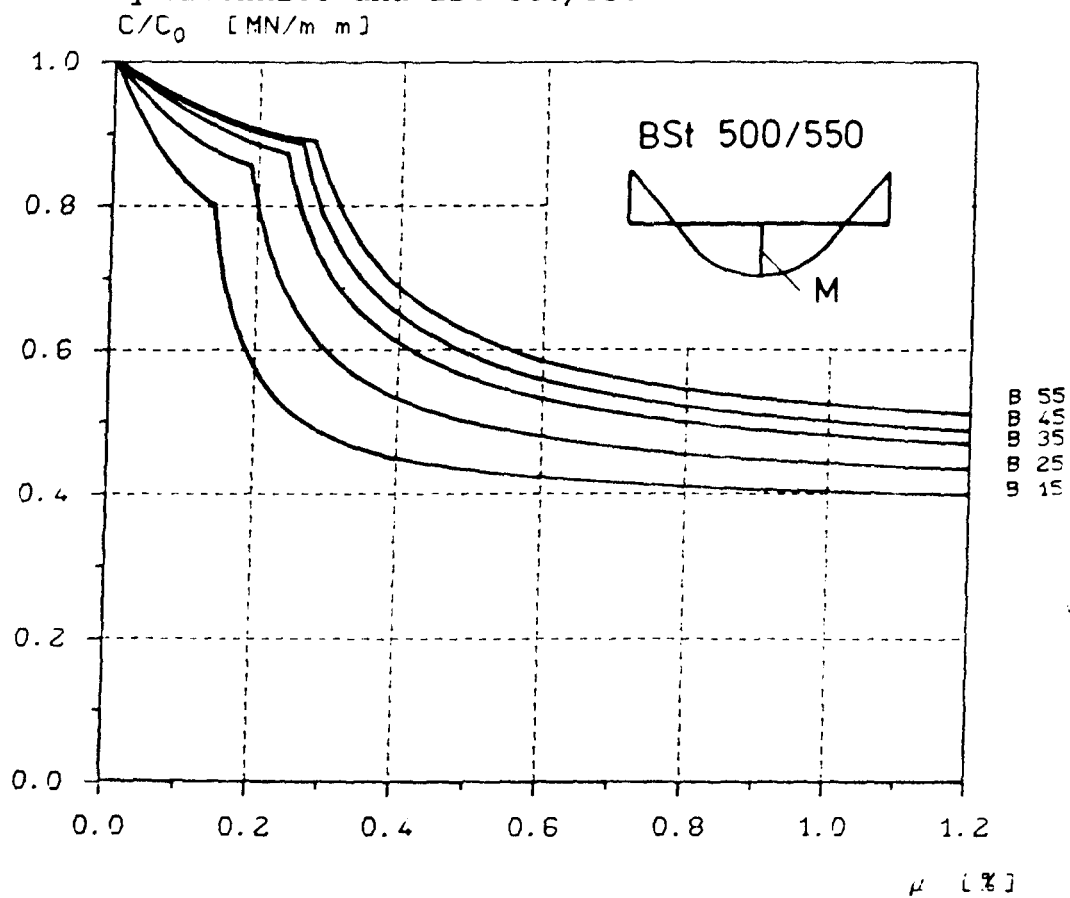
Bezogene Dehnsteifigkeiten für zweiseitig gelenkige Lagerung, Rechteckquerschnitt und BST 420/500 unter Gebrauchslasten.



Bezogene Dehnsteifigkeiten für 2-seitig eingespannte Lagerung, Rechteckquerschnitt und BST 420/500 unter Gebrauchslasten



Bezogene Dehnsteifigkeiten für zweiseitig gelenkige Lagerung,
Rechteckquerschnitt und BSt 500/550



Bezogene Dehnsteifigkeiten für 2-seitig eingespannte Lagerung,
Rechteckquerschnitt und BSt 500/550 unter Gebrauchslasten